

AWGN 채널 환경에서 LDPC 코드 기반의 Union-Bound을 이용한 MIMO 시스템의 성능 분석

성진택, 이흥노*

광주과학기술원 정보통신공학부

e-mail : *jtseong@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr*

Performance analysis of MIMO System on LDPC codes
for AWGN channels using Union-Bound

Jin-Taek Seong, Heung-No Lee*

School of Information and Communications

Gwangju Institute of Science and Technology

Abstract

In this paper, by using union bounds, we provide a performance analysis framework on Low-Density Parity-Check(LDPC) codes for wireless channels. The proposed union-bound framework is a computationally efficient maximum-likelihood approach suitable for concatenated coding schemes.

I. 서론

Union bound는 AWGN이나 Single-Input Single-Output (SISO) 페이딩 채널 환경에서 활용되었으며 최근에는 Multi-Input Multi-Output (MIMO) 시스템에서 성능을 분석하는데 효율적으로 이용되었다 [1].

MIMO 시스템의 concatenated coding scheme에서 Low-Density Parity-Check (LDPC) 코드를 이용한 시공간 변조(Space-Time modulations) 방법을 제안하였

다[2]. 최근에 Density Evolution Techniques[3]과 EXIT chart[4] 등과 같은 수학적 접근 방법이나 시스템 시뮬레이션 방법을 이용하여 MIMO 시스템의 성능을 분석하였다. 이와 같은 분석 틀은 표준 설계 방법으로 시스템 성능평가 방법으로써 폭넓게 활용되었음에도 불구하고 iterative decoding 수신기에 대한 error floor을 평가하는데 그 한계를 드러내고 있다.

본 논문에서는 AWGN 채널 환경에서 LDPC 코드 기반의 maximum likelihood(ML) union bound 방법을 이용한 concatenated coded modulation 시스템에 대하여 성능 분석을 제안한다. 논문 구성은 system model 과 union bound 프레임워크, 시뮬레이션과 union bound 비교와 결론으로 이루어져 있다.

II. 본론

2.1 System Model

그림 1은 각각 M 개와 N 개의 송신기와 수신기 안테나를 갖는 MIMO 시스템을 보여준다. K 개의 정보 비트를 가진 u 시퀀스는 코딩과정으로 길이가 L 인 LDPC codeword c 를 형성한다. 변조기는 2^{K_b} constellation 크기를 L/K_b 의 심볼 s 를 형성한다. $M \times T_s$ 의 크기를 가진

1) * 교신저자

2) This work was supported by the Korea National Research Foundation (NRF) Grant K20901000004-09E0100-00410.

Inner Space-Time(IST) 블록 s 는 Q 개의 심볼로부터 코딩된다. 여기서, $L=QK_sD$. codeword c 는 $M \times T_s$ 로 매핑되어 space time word $X=[S_1, S_2, \dots, S_D]$ 를 형성하며 M 개의 송신 안테나를 통해 전송된다. 수신 신호 R_d 는 IST 블록 S_d 에 대하여 다음과 같이 표현된다.

$$R_d = \sqrt{\rho} H_d S_d + Z_d, \quad d=1, 2, \dots, D, \quad (1)$$

여기서, ρ 는 심볼의 평균 에너지, Z_d 는 $N \times T_s$ 크기의 평균 0이며 분산이 N_0 인 independent complex 가우시안 노이즈, H_d 는 $N \times M$ 채널 매트릭스이다.

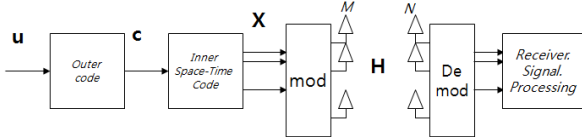


그림 1. MIMO 시스템 구성도

2.2 Union Bound Analysis Framework

Pairwise error probability(PEP)[5]는 코드워드의 distance spectrum과 distance profile를 이용하여 얻을 수 있다. 그리고 union bound는 다른 PEP를 갖는 전체적인 합으로써 표현될 수 있다. Brute-force enumeration 방법을 이용하여 PEP를 얻는 과정은 계산량이 많고 복잡한 면을 갖고 있다. 본 논문에서 제안하는 polynomial expansion을 이용하여 union bound 성능 분석을 하고자 한다.

코드워드 X 와 X' 에 대한 PEP는 다음과 같이 표현된다.

$$P^B(X \rightarrow X') \leq \prod_{d=1}^D P^B(S_{(*)} \rightarrow S'_d) = \prod_{j=1}^J P^B(S_{(*)} \rightarrow S'_{(j)})^{d_j} := \prod_{j=1}^J (\beta_j^B)^{d_j} \quad (2)$$

여기서, $\beta_j^B := P^B(S_{(*)} \rightarrow S'_{(j)})$ 는 두 개의 IST 심볼 $S_{(*)}$ 과 S'_d 로부터 PEP에 대한 chernoff upper bound이고 d_j 는 j -th IST 심볼의 수이다. 즉, $\sum_{j=1}^J d_j = D$.

Weight h 를 갖는 코드워드의 평균수를 A_h 라고 하면, 양상불 특성에 따라 동일한 distance profile $d(h)$ 를 갖는 코드워드의 수 $A_{d(h)}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$A_{d(h)} = A_h \binom{M-1}{d(h)} \quad (3)$$

그러므로 코드워드 X 와 X' 에 대한 워드 에러 오율 (word error probability)는 union bound와 distance profile $d(h)$ 와 hamming weight h 를 이용하여 식 (2)는 식 (4)와 같이 표현된다.

$$P_w \leq \sum_{X' \neq X^*} P^B(X' \rightarrow X^*) = \sum_h \sum_{d(h) \in \Omega_h} A_{d(h)} \prod_{j=1}^J (\beta_j^B)^{d_j} \quad (4)$$

식 (4)를 utility coefficients $\phi(h)$ 이용하여 정리하면 식 (5)와 같이 표현된다. 실제 이를 이용하여 각각의

$$P_w \leq \sum_h A_{d(h)} \binom{M-1}{h}^{-1} \phi(h) \quad (5)$$

$$\phi(h) = \sum_{d(h) \in \Omega_h} \binom{D}{d(h)} \prod_{j=1}^J (\beta_j^B)^{d_j}$$

distance profile에 따라 계산하는 것은 어려우며 쉽지 않다. 여기서 우리는 polynomial expansion을 이용하여 utility coefficients를 찾고자 한다.

$$(r(z))^D = \sum_{h=0}^N \sum_{d(h) \in \Omega_h} \binom{D}{d(h)} \prod_{j=1}^J (\beta_j^B)^{d_j} z^h = \sum_{h=0}^N \phi(h) z^h \quad (6)$$

III. Numerical Evaluation and System Simulation

디코딩 결과는 표준 maximum a posteriori (MAP) algorithm[6]과 message passing decoding algorithm[7]를 이용하여 시스템 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 2는 AWGN 채널에서 8-PSK 심볼에 대하여 시뮬레이션 하였으며 코드의 길이는 126, 180, 258, 1032이며 Gallager(3, 6) 코드를 사용하였다. Union bound와 시뮬레이션 결과를 비교하면 water-fall과 error floor에 대하여 비슷한 결과를 보여준다.

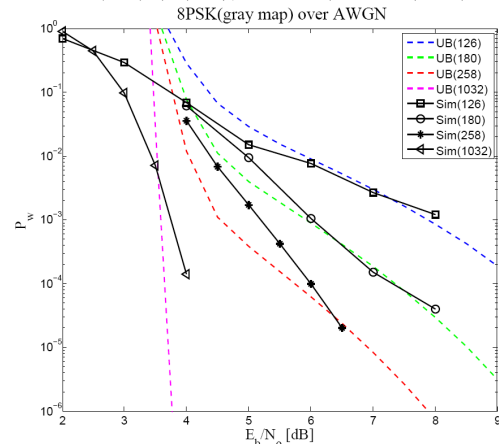


그림 2. AWGN 채널에서 8-PSK 변조에 대한 union bound 이용한 word error probability 결과 (union bound : 점선, 시뮬레이션 : 실선).

IV. 결론

AWGN 채널 환경에서 LDPC 코드 기반의 maximum likelihood(ML) union bound 방법은 시스템 성능 분석함에 있어서 유용한 프레임워크로써 활용될 수 있음을 보여 주었다. 더 나아가, 여러 무선 채널 환경에서 tight union bound 방법을 이용하여 시스템 성능 분석으로 나아갈 계획이다.

참고문헌

- [1] H. Bouzekri and S. Miller, "An upper bound on turbo coded performance over quasi-static fading channels," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 7, no. 7, pp. 302-304, July 2003.
- [2] H.-N. Lee and V. Gulati, "Iterative equalization/decoding of LDPC code transmitted over MIMO ISI fading channels," in *Proc. IEEE PIMRC 2002*, pp. 1330-1336.
- [3] S. Y. Chung, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a gaussian approximation," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 657-670, Feb. 2001.
- [4] S. ten Brink, G. Kramer, and A. Ashikhmin, "Design of low-density parity-check codes for modulation and detection," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 52, no. 4, pp. 670-678, Apr. 2004.
- [5] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [6] B. M. Hochwald and S. ten Brink, "Achieving near-capacity on a multiple-antenna channel," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 51, no. 3, pp. 389-399, Mar. 2003.
- [7] R. G. Gallager, *Low Density Parity Check codes*, MIT Press, 1963.