

Regular LDPC Code 의 향상된 Stopping Set 분석

류정민, 박상준, 이흥노*,
광주과학기술원 정보통신공학부

jmryu@gist.ac.kr, sjpark1@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr*

Improved Stopping Set Analysis of Regular LDPC Code

Jeongmin Ryu, Sangjun Park, Heung-No Lee*
Gwangju Institute of Science and Technology
School of Information and Communications

요 약

본 논문은 Binary erasure channel(BEC)에 대한 Regular LDPC codes 의 향상된 분석 방법을 고안하였다. 이 방법은 [1]의 제안된 방법에서 불필요한 두 종류의 연결 분포를 제거함으로써 보다 정확한 결과를 얻게 한다. 그 불필요한 두 가지 요소는 변수노드와 검사노드의 차수를 위반하는 분포와 두 노드 사이의 연결이 여러 개가 중복되는 분포를 말하며, 이를 제거하여 Regular LDPC codes 의 새로운 분석결과를 도출하였고 기존 방법과의 비교결과를 제공하였다.

I. 서 론

본 논문의 목적은 [1]에서 제안된 방법을 향상시켜 BEC(Binary erasure channel)를 통해 수신된 Regular LDPC(Low Density Parity Check) codes 에 대한 디코딩 에러 확률의 정확한 앙상블 평균값을 얻고, Regular LDPC codes 를 보다 정확하게 분석하는 것이다. [1]의 저자들은 앙상블 평균을 구하기 위해 Theorem 2.1 에 명시된 조합접근법을 사용하였다. 그러나 [1]에서는 Theorem 2.1 로부터 발생한 잘못된 두 가지의 분포들을 제외시키지 않음으로써 정확성이 다소 떨어지는 결과를 나타내었다.

본 논문에서 이를 해결하여 Regular LDPC codes 의 앙상블에 대한 정확한 decoding 에러 분석 결과를 도출하고자 한다.

II. Regular LDPC codes 의 분석 방법에 대한 개요

BEC 에 대한 Regular LDPC codes 의 디코딩 에러 확률, 즉 bit or block erasure probability 를 얻기 위해 다음과 같은 Stopping Set 의 정의를 [1]로부터 도입하였다.

Stopping Set 의 정의: Stopping Set S 는 변수 노드의 집합인 V 의 한 부분 집합이며, S 의 모든 이웃은 S 에 적어도 두 번씩 연결되어 있다.

이 Stopping Set 은 그림 1 에서 볼 수 있듯이 변수 노드의 부분집합이며, Iterative decoding 방법에서 디코딩 에러를 일으키는 원인이 된다. 즉 BEC 를 거쳐 수신된 Stopping Set 의 모든 심볼들이 지워진다면 그 심볼들은 다시 복원 될 수 없다.

즉, 본 논문에서 Iterative decoding 의 bit or block erasure probability 을 구하기 위해 변수노드의 임의의

부분 집합에 의해 이루어진 Stopping Set 이 BEC 를 거쳐 지워질 확률을 얻고자 한다. 그리고 이 확률을 특정 길이의 codes 의 모든 앙상블을 통해 평균화 하여 구하고자 한다.

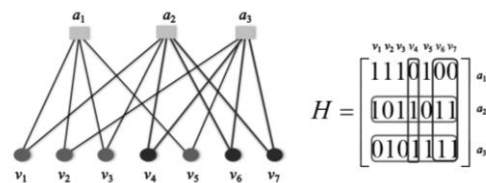


그림 1. 변수노드의 집합 $\{v_4, v_6, v_7\}$ 은 길이가 3인 한 Stopping Set 이다. 그리고 그 Stopping Set 의 부분집합 $(\{v_4, v_6\}, \{v_4, v_7\}, \{v_6, v_7\})$ 도 Stopping Set 이다.

III. 기존 분석 방법의 문제 정의

[1]에서 명시된 것과 같이 차수 l 을 가진 v 개의 변수노드들과 차수 r 을 가진 c 개의 검사노드와 차수 d 를 가진 한 개의 특별한 검사노드가 있는 상황을 고려하자. 이때 [1]은 regular ensemble $C(v, x^{l-1}, x^{r-1})$ 에 속한 한 Regular LDPC code 가 가질 수 있는 모든 가능한 연결들의 전체 개수를 다음과 같이 정의하였다.

$$T(v, c, d) := \binom{d+cr}{vl} (vl)! \quad (1)$$

이 개수는 변수노드의 모든 선들이 검사노드에 연결될 수 있는 경우의 수를 의미한다. 이와 비슷하게 [1]에서는 순열을 이용하여 Stopping Set 을 반드시 포함한 모든 가능한 연결 분포의 개수를 얻었다. 그리고 그 모든 연결의 경우의 수와 Stopping Set 을 이룰 수 있는 경우의 수를 함께 이용하여 앙상블 평균을

구하였다. 그러나 이 경우의 수들을 이용하는 것에는 다음과 같은 두 가지 문제가 존재한다.

1. 변수노드와 검사 노드의 차수를 위반하는 연결 분포가 생긴다.
2. 노선 순열에서 특정 노선에 대한 중복되는 연결 분포가 생긴다.

우선 위의 두 가지 문제를 다루기에 앞서 특별한 검사노드를 고려하는 것을 제외시키자. [1]에서도 앙상블 평균을 구할 때 차수 d 를 0 으로 두고 있다. 검사노드를 제외시키는 것이 [1]과 비교한 분석 결과에 영향을 미치지 않을 것이다. 그렇다면 이제 첫 번째 문제점을 고려해보자.

모든 변수노드들이 검사노드와 연결되었을 때 Regular LDPC codes 가 되기 위해서는 $v \cdot l = c \cdot r$ 가 만족되어야 한다. 그리고 차수 l 을 가진 하나의 변수노드는 l 개의 검사노드와 연결될 수 있으므로, 검사노드의 개수는 l 보다 크거나 같아야 한다. 즉 $c = v \cdot \frac{l}{r} \geq l$ 이고, Regular

LDPC codes 은 $v \geq r$ 을 만족해야 한다. 하지만 [1]에서는 $l = 3, r = 6$ 인 앙상블에 대해 v 가 2 와 4 인 경우의 앙상블 평균도 고려 하였다. 이는 명백히 Regular codes 의 특성을 위반하는 경우이다. 그리고 식 (1)에서 순열 $(v!)$ 은 그림 2의 왼쪽 그림과 같이 한 변수노드의 두 개의 선이 한 검사 노드에 연결될 경우를 포함한다. 이것은 검사노드와 변수노드의 차수가 감소하는 경우이며 Regular codes 의 차수를 위반하는 경우이다.

또한 순열 $(v!)$ 은 두 번째 문제점인 중복되는 경우를 포함하고 있다. 한 예로 그림 2의 오른쪽 그림을 살펴 보자. 그 그림에서 한 개의 변수노드가 다른 방식으로 두 검사노드에 연결되었지만, 이것은 결과적으로 세 개의 노드사이의 연결에 대해 중복된 연결 상태를 나타낸 것이다. 이와 같은 LDPC code 는 성능 분석에 있어서 한 개의 변수노드가 두 개의 검사노드에 연결된 하나의 연결상태로 보아야 한다. 이 예시 외에도 순열 $(v!)$ 은 많은 중복되는 경우를 포함할 것이며, 그 중복되는 경우의 수는 제외되어야 할 것이다.

더욱이 Regular LDPC code 의 길이가 더 커진 경우라면, 그 차수를 위반하는 경우의 수와 중복의 연결이 발생하는 경우의 수가 매우 크게 증가할 것이다. 그리고 결국에는 성능분석에 있어서 부정확한 결과를 보일 것이다. 본 논문에서 이 두 문제점을 해결함으로써, 정확한 성능 분석 결과를 도출하고자 한다.



그림 2. 차수를 위반하는 연결 분포와 중복된 연결이 발생된 연결 분포

IV. 문제 해결에 따른 결과 및 분석

위의 잘못된 두 가지 연결 분포를 제외시킴으로써 정확한 앙상블 평균을 얻고, 그림 3과 그림 4에 길이가 10 인 Regular LDPC codes 의 앙상블에 대하여 두 분포를 제외시켜 얻은 결과와 기존방식의 결과를 비교하여 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 두 결과 사이에는 엄연히 폭이 존재하며, 이는 기존 방식의

연결분포가 차수를 위반한 분포를 고려하지 않고 있다는 것을 의미한다. 즉, [1]의 방법에는 Regular codes 의 분포 외에도 Irregular codes 의 분포가 존재하며, Irregular codes 의 분포로 인해 Regular LDPC codes 의 성능 분석에 다소 부정확한 결과가 나타난다.

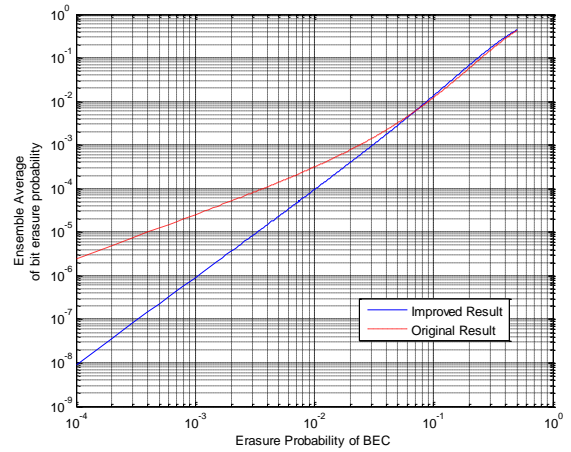


그림 3. Regular ensemble $C(10, x^2, x^5)$ 에 속한 Regular LDPC codes 에 대한 bit erasure probability 의 앙상블 평균값 비교.

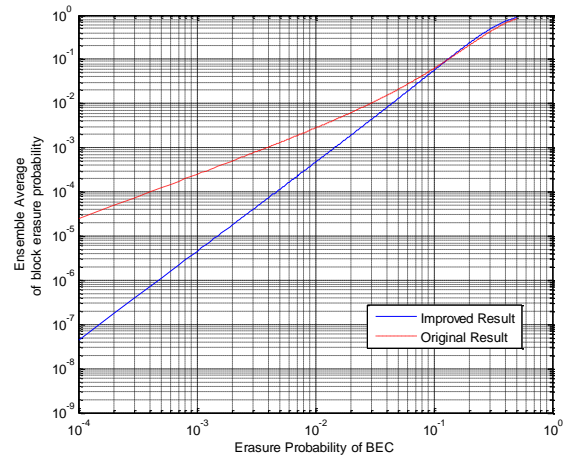


그림 4. Regular ensemble $C(10, x^2, x^5)$ 에 속한 Regular LDPC codes 에 대한 block erasure probability 의 앙상블 평균값 비교.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2010 년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (중견연구자-핵심연구사업, No. 2010-0026407)

참 고 문 헌

[1] C. Di, D. Proietti, I.E. Telatar, T.J. Richardson, and R.L. Urbanke, "Finite-length analysis of low-density parity-check codes on the binary erasure channel", IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 48, no. 6, pp. 1570-1579, Jun. 2002.

[2] J. Zhang and A. Orlistsky, "Finite length analysis of LDPC codes with large left degrees", submitted to IEEE Int. Symp. Information Theory, Lausanne, Switzerland, 2002.