LDPC Matrix의 Distance Spectrum을 통한 Compressive Sensing에서 RIP condition 연구

이수제, 전형원, 이흥노*
광주과학기술원 정보통신공학부
{sujerago, hyeongwon, heungno}@gist.ac.kr

Compressive Sensing RIP condition Research by using Distance Spectrum of the LDPC Matrix

Su-Je Lee, Hyeong-Won Jeon, Heung-No Lee*
School of Information and Communications, GIST

Abstract

The RIP condition of the compressive sensing (CS) is one of the important factors for recovery algorithm. In this paper, we proposed a low density parity check (LDPC) matrix as the measurement matrix. As using the research of the distance spectrum suggested by Litsyn, we notice that as increase the density of the LDPC codes, spark also increase. This result has meaning that high density LDPC matrix is more suitable than low density for the compressive sensing mechanism.

I. 서론

최근 Compressive Sensing 기법은 기존의 Nyquist sampling 이론보다 적은 수의 샘플로 원래의 신호를 복원할 수 있다는 점에서 크게 주목받고 있다 [1]. 이러한 CS 기법은 신호의 Sparsity와 Measurement matrix의 성질에 의해 복원 성능이 결정 된다 [2]. 따라서 이러한 Measurement matrix의 효율적인 구성 방법이 연구되고 있다.

Measurement matrix의 효율성은 matrix column의 선형결합(Linear combination)이 Dependent한 결과가 되게 만드는 최소의 열의 개수를 의미하는 Spark값에 의해 평가된다.[3].

본 논문에서는 기존의 Distance Spectrum 방식을 이용하여 LDPC matrix를 Measurement matrix로 사용하였을 경우의 성능을 분석하고자 한다.

II. 본론

2.1 RIP condition

CS에서 사용되는 기본적인 수식은 다음과 같다.

$$y = As \tag{1}$$

s는 Sparse signal, A는 Measurement matrix y는 measurement vector 이다.

s가 k-sparse signal일 때, restrict isometry property (RIP) condition은 다음과 같이 정의된다.

$$1-\epsilon \le \frac{\| As_{3K} \|}{\| s_{3K} \|} \le 1+\epsilon,\ \epsilon > 0 \tag{2}$$

식 (2)에서 s_{3K}는 s에서 임의로 선택된 $3K$개의 원소이다. 위 수식은 Measurement matrix A에서 임의로 선택된 $3K$개의 열들이 모두 Linearly dependent 해야함을 나타낸다. 이것은 Spark에 의하여 다음과 같이 표현될 수 있다 [3].

$$spark(A) > 3K \tag{3}$$

$$spark(A) := \min_{s \neq 0} \| s \|_0 \quad s.t\ As = 0 \tag{4}$$

위 식에서 $\| s \|_0$는 s 벡터의 L-0 norm을 나타낸다.

2.2 LDPC 코드의 Distance Spectrum

LDPC 코드의 Distance Spectrum은 Matrix의 Dependent 열의 개수를 나타낸다. 본 논문에서는 Litsyn의 논문 [4]에서 소개된 방법을 통하여 다음과 같이 Distance Spectrum을 구하였다.

Regular (n, j, k) LDPC 코드 [5]의 Distance Spectrum 은 다음과 같이 정의된다 [4].

$$\bar{S} = (S_0, S_1, \dots, S_n) \tag{5}$$

S_i는 weight가 i인 Codeword의 개수로, (n * m) matrix에서 각 행의 합과 각 열의 합을 알고 있음을 가정했을 때, 부호율 α 의 *regular* (n, j, k) LDPC 코드의 matrix 수와 weight w의 word가 Codeword가 되는 matrix의 수의 비율로 구해진다.

$$S_{n\theta} = (1-\alpha k)H(\theta) + \alpha \ln\left(\frac{(1+t)^k + (1-t)^k}{2t^{\theta k}}\right) \tag{6}$$

식 (6)에서 t는 다음의 식을 만족하는 값이다.

$$\frac{(1+t)^{k-1} + (1-t)^{k-1}}{(1+t)^k + (1-t)^k} = 1-\alpha \tag{7}$$

또한 식 (6)에서 $H(\alpha)$는 다음과 같이 정의된다.

$$H(\alpha) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} ln\binom{n}{\alpha n} = -\alpha\ln\alpha - (1-\alpha)\ln(1-\alpha) \tag{8}$$

Ⅲ. Numerical result

그림 1은 앞서 언급한 Litsyn의 방법을 통하여 구한 LDPC matix의 Distance Spectrum을 나타낸다. Matrix의 Spark값은 y 축 값이 0을 지나가는 최초의 지점으로, Matrix의 Density가 증가할수록 커짐을 알 수 있다. Density가 높은 LDPC matrix는 일반적인 Iterative Decoder에서의 싸이클(Cycle) 생성 확률을 증가시켜 Decoder의 성능을 저하시키지만, CS에 적용할 경우 더 높은 Spark값을 가져 복구 알고리즘에 더 효율적인 것을 알 수 있다.

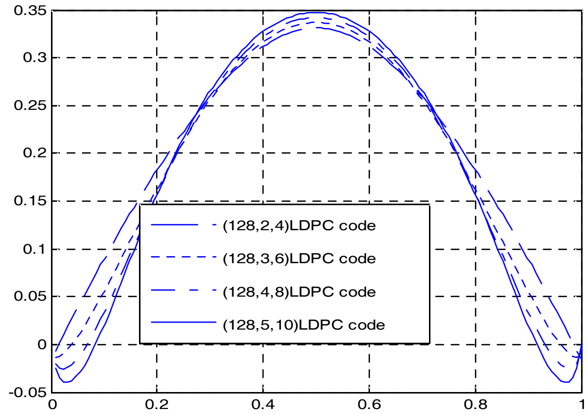

그림 1. LDPC 코드의 Distance Spectrum

Ⅳ. 결론 및 향후 연구 방향

본 논문에서는 Distance Spectrum을 통하여 LDPC matrix의 RIP condition을 분석해 보았다. 향후에는 Binary LDPC 코드뿐만이 아니라 Non-binary LDPC 코드의 Distance Spectrum 분석을 토대로 CS에 보다 적합한 LDPC 코드에 관한 연구가 진행되어야 할 것이다.

Acknowledgement

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 해외우수연구기관유치사업 연구임 (K20902001632-10E0100-06010).

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0017944).

참고문헌

[1] David L. Donoho, “Compressed Sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, Apr. 2006.

[2] Richard Baraniuk, Lecture Notes: *Compressive Sensing*, *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 118-121, Jul. 2007.

[3] Heung-No Lee, *Lecture Note for Compressive Sensing*, Spring Semester, GIST, 2011.

[4] S. Litsyn and V. Shevelev, “On ensembles of low-density parity-check codes: Asymptotic distance distributions,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.48, no. 4, pp. 887-908, Apr. 2002.

[5] R. G. Gallager, *Low-Density Parity-Check Codes*, Cambridge, MA: MIT Press, 1963.