

## Modulated Wideband Converter 의 해 탐색을 위한 저연산 Orthogonal Matching Pursuit

A Computationally Simplified Orthogonal Matching Pursuit for Modulated Wideband Converters

---

저자 (Authors)	장재혁, 이흥노 Jehyuk Jang, Heung-No Lee
출처 (Source)	<a href="#">한국통신학회 학술대회논문집</a> , 2016.6, 1257-1258(2 pages) <a href="#">Proceedings of Symposium of the Korean Institute of communications and Information Sciences</a> , 2016.6, 1257-1258(2 pages)
발행처 (Publisher)	<a href="#">한국통신학회</a> Korea Institute Of Communication Sciences
URL	<a href="http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE06739845">http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE06739845</a>
APA Style	장재혁, 이흥노 (2016). Modulated Wideband Converter 의 해 탐색을 위한 저연산 Orthogonal Matching Pursuit. 한국통신학회 학술대회논문집, 1257-1258
이용정보 (Accessed)	광주과학기술원 210.107.***.17 2021/05/25 20:13 (KST)

---

### 저작권 안내

DBpia에서 제공되는 모든 저작물의 저작권은 원저작자에게 있으며, 누리미디어는 각 저작물의 내용을 보증하거나 책임을 지지 않습니다. 그리고 DBpia에서 제공되는 저작물은 DBpia와 구독계약을 체결한 기관소속 이용자 혹은 해당 저작물의 개별 구매자가 비영리적으로만 이용할 수 있습니다. 그러므로 이에 위반하여 DBpia에서 제공되는 저작물을 복제, 전송 등의 방법으로 무단 이용하는 경우 관련 법령에 따라 민, 형사상의 책임을 질 수 있습니다.

### Copyright Information

Copyright of all literary works provided by DBpia belongs to the copyright holder(s) and Nurimedia does not guarantee contents of the literary work or assume responsibility for the same. In addition, the literary works provided by DBpia may only be used by the users affiliated to the institutions which executed a subscription agreement with DBpia or the individual purchasers of the literary work(s) for non-commercial purposes. Therefore, any person who illegally uses the literary works provided by DBpia by means of reproduction or transmission shall assume civil and criminal responsibility according to applicable laws and regulations.

# Modulated Wideband Converter의 해 탐색을 위한 저연산 Orthogonal Matching Pursuit

장재혁, 이흥노  
광주과학기술원

jjh2014@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr

## A Computationally Simplified Orthogonal Matching Pursuit for Modulated Wideband Converters

Jehyuk Jang, Heung-No Lee  
Gwang-Ju Institute of Sci. and Tech.

### 요약

본 논문은 sub-Nyquist sampling 시스템의 한 종류인 Modulated wideband converter (MWC)에 대해, 압축센싱 복원 과정을 단순화 하는 방법에 대해 다룬다. MWC 압축센싱 모델의 구조적 특징을 이용하여, 압축센싱 복원 알고리즘인 Simultaneous orthogonal matching pursuit이 위해 필요로 하는 iteration 수를 1/4로 감소시키는 방법을 제시하였다.

### I. 서론

Modulated wideband converter (MWC)는 스펙트럼이 광대역에 걸쳐 희소하게 존재하는 입력신호를 대상으로 하는 sub-Nyquist 샘플링 시스템이다 [1]. MWC의 sub-Nyquist 샘플들은 압축센싱 이론 [2]에 의해 이론적으로 입력 아날로그 신호의 Nyquist 샘플로 복원될 수 있으며, Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit (SOMP) [3]은 압축센싱 복원을 가능하도록 하는 저-복잡도 복원 알고리즘의 한 종류이다.

SOMP는 iterative 알고리즘이며, 압축된 신호를 복원할 때 일반적으로 입력신호의 희소 정도 (sparsity)만큼의 iteration을 필요로 한다. 만약 입력 신호의 희소 요소들 간에 상관관계가 존재한다면, 이를 활용하여 복원에 필요한 iteration 수와 각 iteration에서 필요한 연산량을 줄일 수 있다.

본 논문에서는 MWC의 압축센싱 복원에 SOMP가 사용 되는 경우에 대해 다룬다. 구체적으로는, MWC의 시스템 모델상의 특징을 활용하여 SOMP의 연산량을 줄일 수 있는 방법들을 제시한다.

### II. 본론

#### A. MWC의 시스템 모델

MWC는 입력 신호  $x(t)$ 를 고속 pseudo-random binary sequence (PRBS)와 mixing하고,  $f_p$ 의 cut-off 주파수로 low-pass filtering하며,  $f_p$ 의 rate로 샘플링하는 일련의 과정을  $m$ 개의 서로 다른 채널에서 병렬적으로 수행함으로써 손실 없는 sub-Nyquist 샘플을 획득한다. 즉, 총  $m$ 개의 독립적인 패턴의 PRBS가 사용되며, 여기서 각 주기신호 PRBS의

반복율은  $f_p$ 이고 반복되는 패턴의 길이는 홀수  $M$ 이다. 각 채널의 ADC가 길이  $l$ 의 샘플을 생성하였을 때 MWC의 입력-출력 관계는 다음과 같다 [1].

$$\mathbf{Y} = \mathbf{SFDX} \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ 의  $i$ 번째 행은  $i$ 번째 채널의 저속 샘플로 구성되어 있으며,  $\mathbf{S} \in \{-1, 1\}^{m \times M}$ 의  $i$ 번째 행은  $i$ 번째 채널의 PRBS 패턴으로 구성되어 있다.  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 와  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 은 각각 discrete-Fourier matrix와 invertible diagonal matrix이다. 마지막으로,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times l}$ 의 각 행은  $x(t)$ 의 스펙트럼이  $f_p$ 의 간격으로 분리되어 저속 샘플의 형태로 구성되어 있다. 구체적으로,  $\mathbf{X}$ 의  $k$ 번째 행은  $\left[ \text{LPF}\{x(t)e^{j2\pi f_k t}\} \right]_{t=nf_p-1}$  for  $n=0, \dots, l-1$ 의 저속 샘플들로 구성되어 있으며, 여기서  $\text{LPF}\{\cdot\}$ 는 low-pass filter 연산을 나타낸다. 각 행의 천이 주파수는  $f_k = (k - M_0 - 1)f_p$ 이고, 여기서  $M_0 = (M - 1)/2$ 이다.

시스템 모델의 특징을 토론했기 전에 먼저 입력 신호를 정의하면,  $x(t)$ 는 실수 신호이며, 그 스펙트럼은  $N$ 개의 서로 겹치지 않는 narrow band들로 구성되어 있다. 각 narrow band의 최대 대역폭은  $B$ 를 초과하지 않는다. 미지의 행렬  $\mathbf{X}$ 의 정의에 의해서, PRBS의 반복율을  $f_p \geq B$ 로 선택하였을 때  $\mathbf{X}$ 의 nonzero 행의 개수가  $2N$ 을 초과하지 않음을 알 수 있다 [1]. 다시 말해, 시스템 모델 (1)은 압축센싱 모델이며,  $\mathbf{X}$ 의 sparsity  $K$ 는  $K \leq 2N$ 의 관계를 갖는다. 여기서,

하나의 narrow band 가  $\mathbf{X}$  의 두 행을 차지하는 경우, 두 행은 인접해 있음을 쉽게 알 수 있다. 한편,  $x(t)$  의 스펙트럼은 conjugate-symmetry 이며, 마찬가지로  $\mathbf{X}$  nonzero 행의 위치도  $M_0+1$  번째 행을 기준으로 대칭적인 구조를 갖는다. 요약하자면, 압축센싱 모델 (1)의  $\mathbf{X}$  의 nonzero 행의 support 는 대칭적이며, 하나의 narrow band 가 하나의 행을 차지하거나 혹은 두 개의 인접한 행을 차지하는 구조적 특징이 있다.

#### B. 시스템 모델의 특징 적용

압축센싱 모델 (1)에서 sparse 해  $\mathbf{X}$  를 찾기 위해 적용 될 수 있는 greedy type 의 알고리즘으로 SOMP 가 있다 [3]. SOMP 는 일반적으로 각 iteration 에서 하나의 support 를 탐색하며, 최종적으로  $K$  번의 iteration 을 수행한다. 각 iteration 에서는  $\mathbf{Y}$  에서 누적 추정된  $\mathbf{X}$  의 성분을 제거한 residue  $\mathbf{R}$  와 측정행렬  $\mathbf{C} = \mathbf{SFD}$  간의 cross-correlation 인  $\mathbf{C}^H \mathbf{R}$  을 조사하여, 가장 큰 값의  $l_1$ -norm 을 갖는 행의 위치를 새롭게 추정된 support 로 선택한다. 이후, 누적된 support 추정에 대응되는  $\mathbf{C}$  의 열 들을 추출하여 Least-square method 로  $\mathbf{X}$  의 추정을 update 한다.

모델 (1)의  $\mathbf{X}$  의 support 는 알려진 구조적 특징이 있으며, 이를 활용하면 SOMP 가 해를 찾는데 소모하는 iteration 의 수를 줄일 수 있다. 먼저, 하나의 narrow band 가 두 개의 인접한 행을 차지할 수 있는 구조적 특징을 활용한다. SOMP 의 각 iteration 에서 계산된  $\mathbf{C}^H \mathbf{R}$  의 행들 중, 가장 큰 값의  $l_1$ -norm 을 갖는 행의 위치를  $k$  라고 할 때, 새롭게 추정된 support 는  $k$  와  $\min(k+1, M)$ ,  $\max(k-1, 1)$  이 될 수 있다. 만약  $\min(k+1, M)$  와  $\max(k-1, 1)$  가 실제  $\mathbf{X}$  의 support 가 아닌 경우 Least-square method 로 추정된  $\mathbf{X}$  에 noise 로 작용 할 수 있지만, 본 논문에서는 noise 의 에너지가 무시 할 수 있을 정도로 작다고 가정한다. 덧붙여 support 의 대칭성을 활용하여,  $M+1-k$  와,  $M+1-\min(k+1, M)$ ,  $M+1-\max(k-1, 1)$  또한 추정된 support 에 포함된다. 요약하면,  $\mathbf{X}$  의 구조적 특징을 활용하는 SOMP 의 pseudo code 는 다음과 같다.

*Initialize:*

$$\mathbf{R}^{(0)} = \mathbf{Y}, \mathbf{S}^{(0)} = \emptyset$$

*At the  $i$ -th iteration:*

1.  $k = \arg \max_j \left\| \left( \mathbf{R}^{(i-1)} \right)^H \mathbf{C} \right\|_j$
2.  $\mathbf{S}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i-1)} \cup \{k, \min(k+1, M), \max(k-1, 1)\} \cup \{M+1-k, \min(M+2-k, M), \max(M-k, 1)\}$
3.  $\mathbf{R}^{(i)} = \mathbf{Y} - \mathbf{C}_{\mathbf{S}^{(i)}} \mathbf{C}_{\mathbf{S}^{(i)}}^\dagger \mathbf{Y}$

*Terminate at the  $\frac{N}{2}$ -th iteration.*

여기서  $\mathbf{A}_S$  는  $S$  의 원소에 해당하는  $\mathbf{A}$  의 열로 구성된  $\mathbf{A}$  의 sub-matrix 이며,  $\mathbf{C}^\dagger$  는  $\mathbf{C}$  의 pseudo inverse 이다.

결론적으로,  $\mathbf{X}$  의 구조적 특징을 활용하면 SOMP 의 각 iteration 에서 적어도 두 개의 오답을 포함하여 총 6 개의 support 를 추정할 수 있으며, SOMP 는 총  $N/2$  번의 iteration 만을 필요로 하게 된다. 이러한 결과는 일반적인 SOMP 가 총  $2N$  번의 iteration 을

필요로 하는 것과 대조적이다. 그림 1은 MWC 시스템에서 SOMP 의 support 추정 성공율을 실험한 결과이다. Support 추정 성공은 추정된 support 가 실제  $\mathbf{X}$  의 support 를 포함하고 있을 경우 선언된다. 실험의 결과는 MWC 시스템에서  $\mathbf{X}$  의 구조적 특징을 활용하는 SOMP 가 일반적인 SOMP 의 iteration 의 1/4 만을 사용하여도 support 를 성공적으로 추정함을 보인다.

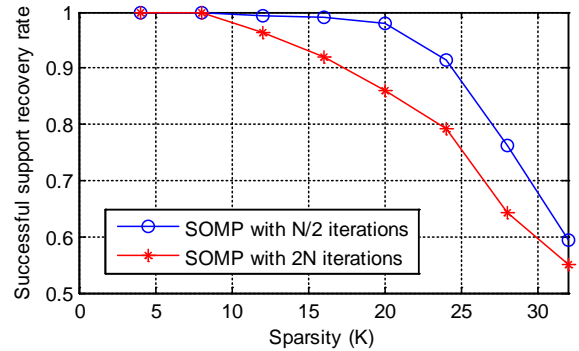


그림 1.  $m=50$ ,  $M=127$ ,  $l=20$  인 MWC 에서 support 구조적 특징을 활용하였을 때와 활용하지 않았을 때의 support 추정 성공율. 구조적 특징을 활용한 SOMP 는 총  $N/2$  번의 iteration 을, 그렇지 않은 SOMP 는  $2N$  번의 iteration 을 수행하였다.

### III. 결론

본 논문에서는 MWC 의 압축센싱 복원에 SOMP 가 사용 될 경우, 입력 신호의 특성에 따른 압축센싱 모델의 구조적 특징을 활용하면 SOMP 에서 압축센싱 복원을 수행하는데 필요한 iteration 의 수를 줄일 수 있음을 보였다. MWC 의 압축센싱 모델에서 희소 행렬은 그 support 들간의 관계가 독립적이지 않고 종속적으로 결정된다. 구체적으로는, 입력 신호가  $N$  개의 서로 다른 narrow band 로 구성되어 있을 때, 희소 행렬의  $2N$  개의 support 중 독립적으로 위치가 결정되는 support 는  $N/2$  개의 support 이다. 이에 따라, 본 논문에서는 SOMP 가  $N/2$  번의 iteration 으로  $2N$  개의 support 를 찾을 수 있는 방법을 제시했으며, 제시된 방법이 support 를 성공적으로 찾음을 실험을 통해 보였다.

### 참고 문헌

- [1] M. Mishali and Y. C. Eldar, "From theory to practice: Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals," IEEE J. Sel. Topics Signal Process., vol. 4, no. 2, pp. 375-391, Apr. 2010.
- [2] E. J. Candès and T. Tao, "Decoding by linear programming," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, Dec. 2005.
- [3] Joel A. Tropp, Anna C. Gilbert, and Martin J. Strauss, "Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit," J. Signal Process., vol. 86, pp. 572-588, 2006