

압축센싱과 광대역 레이더 신호 획득 기술

I. 서론

기존의 통신/신호처리 분야에서 Shannon-Nyquist Sampling 이론 기반의 Analog-to-Digital Converter(ADC)는 아날로그 신호를 디지털 신호로 샘플링 하는 장치이다. 그리고 이 Shannon-Nyquist Sampling 이론은 신호의 최대 주파수의 2배 이상의 sampling rate로 표본화 할 경우, 왜곡 없이 신호를 복원 할 수 있다는 것이다

하지만, 점차 연구들이 다양한 신호들을 다루면서 Shannon-Nyquist Sampling 이론이 제시한 기준은 신호처리 분야에서는 큰 한계로 변모하였다. 대표적으로 레이더 신호의 경우 매우 넓은 범위의 주파수 대역을 이용한다^[1]. 즉, 레이더 신호가 갖는 최대주파수는 매우 높은 값을 지닐 수 있으며, 이 때 신호를 디지털화 하기 위해서는 최대 주파수의 2배인 Shannon-Nyquist Sampling rate만큼의 매우 높은 표본율을 지닌 ADC가 요구된다. 하지만, 지금까지 개발된 가장 우수한 성능을 갖는 ADC의 표본율조차 Shannon-Nyquist Sampling rate에 비하면 매우 느리다. 그리하여, 광대역 신호를 획득하기 위하여 신호가 존재하는 넓은 주파수대역을 일정간격으로 분할하고 각각 분할된 대역마다 레이더를 순차적으로 수집하고 복원하는 방식을 통해 광대역 신호를 획득하는 방법이 제시 되었다^[2]. 하지만, 이 방법은 분할된 시간 영역 마다 신호 수집하고 처리하기 위한 장비들과 컴퓨터 연산이 필요하기 때문에 하드웨어 및 소프트웨어 모두 많은 비용이 발생된다. 또한, 시간에 따라 순차적으로 분할된 영역을 처리하면 한번 신호를 탐지하고 복원한 후에, 다음번의 분할된 시간 영역에는 이전까지 존재하던 신호가 사라져 신호를 탐지하지 못하는 경우가 발생한다.

그리하여, 이러한 한계점을 극복하기 위한 연구들이 진행되었으며 압축센싱 이론이 이러한 문제의 해결책으로 제시 되었다. 즉, 압축센싱



박 정
광주과학기술원
전자전기컴퓨터공학부



장 재 혁
광주과학기술원
전자전기컴퓨터공학부



이 흥 노
광주과학기술원
전자전기컴퓨터공학부

기술에 따르면 특정한 조건 하에서 Shannon-Nyquist Sampling rate보다도 훨씬 낮은 표본율로 광대역 레이더 신호를 왜곡 없이 획득할 수 있다. 하지만, 압축센싱 기술을 적용하기 위해서는 해당 신호가 특정 기저(basis)에서 성긴 신호(sparse signal)이어야 한다. 성긴 신호란 해당 기저에서 대부분 신호의 값은 0이고, 나머지 몇몇의 위치에서만 신호 값이 0이 아닌 크기를 지니고 있는 신호를 말한다. 일정 시간 동안 여러 레이더 신호가 존재 할 때, 이 신호의 스펙트럼은 광대역에서 몇 개의 일정한 크기의 band를 갖는 성긴 신호이므로 압축센싱을 적용하여 시간에 따라 분할된 대역마다 신호를 처리하지 않고도, 한번에 ADC를 통해 신호를 획득하는 시스템을 구현하는 것이 가능하다^[4].

본 논문에서는 II장을 통해 압축센싱에 대해서 간략히 소개 하고, III장에서 압축센싱 이론을 바탕으로 광대역 레이더 신호를 획득하기 위한 시스템 및 레이더 신호 복원 과정에 대하여 소개한다.

II. 압축센싱

본 장에서는 압축센싱의 개념에 대하여 간략히 소개한다. 우선 압축센싱 기법을 적용하기 위해서는 신호가 K -sparse 신호 이어야 한다. 여기서 K 는 신호의 벡터에서 0이 아닌 값을 갖는 원소의 개수를 나타낸다. 자연에 존재하는 대부분의 신호는 성긴 신호로써, 그 자체로도 압축센싱을 적용할 수 있으나, 그렇지 않은 경우는 성긴 신호가 아닌 s 신호를 $x = Bs$ 와 같이 특정한 변환행렬 B 를 통해 성긴 신호 x 로 변환할 수 있다. 예를 들어, 시간 축에 따라 일정한 값을 갖는 DC신호가 존재할 때, 이 신호는 시간 축에서 성긴 신호가 아니다. 하지만, 이 신호를 푸리에 변환을 통해 주파수 신호로 변환한다면, 이 변환된 신호는 0 주파수에서만 값이 존재하는 성긴 신호로 표현될 수 있다.

압축센싱의 핵심은 아래의 식의 관계에서, 측정된 신호 y 로부터 원래의 성긴 신호 x 를 복원 하는 것이다.

$$y = Ax \tag{1}$$

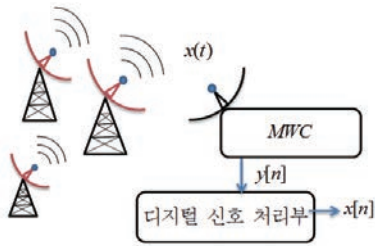
여기서 $x \in \mathbb{R}^N$ 는 원래의 성긴 신호를 나타내고, $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 는 측정행렬, 그리고 $y \in \mathbb{R}^M$ 는 측정된 신호를 나타낸다. 압축센싱은 $M \ll N$ 인 경우를 다룬다. 즉, 압축센싱은 원래 신호를 이 보다 훨씬 더 짧은 길이로 압축된 측정된 신호를 통해서 획득 할 수 있다는 것을 의미한다. 여기서의 손실 없음은 식의 개수가 미지수의 개수보다 적은 상황에서 해를 찾는 Under-determined 문제에서 성공적으로 y 로부터 x 를 복원하는 것을 나타낸다.

또한, Under-determined 문제를 압축센싱을 통해 해결하기 위해서는 시스템을 나타내는 측정행렬 A 가 특정 조건을 만족해야 한다. 논문^[3]에서, Candes와 Tao는 측정행렬 A 가 Restricted Isometry Property(RIP)조건을 만족 할 경우 압축센싱 방식을 통해 높은 확률로 원래 신호를 왜곡 없이 복원가능 하다고 제시 하였다. RIP 조건을 나타내는 식은 다음과 같이 표현된다.

$$(1 - \delta_{2K}) \leq \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \leq (1 + \delta_{2K}) \tag{2}$$

식(2)에서 $0 \leq \delta_{2K} < 1$ 을 만족하는 δ_{2K} 가 존재할 경우 측정행렬 A 는 RIP 조건 만족한다. 이 RIP 조건은 측정행렬이 원래 신호 x 의 에너지를 균일하게 y 로 조사하는 행렬 이어야 한다는 것을 의미한다^[5]. 반대로, 원래 신호 x 를 복원하기 위한 정보를 갖는 y 가 x 의 에너지를 균일하게 모두 갖고 있지 않은 채 일부분을 손실한 상태라면, y 를 통해 x 를 복원할 경우 왜곡이 생길 수밖에 없다.

일반적으로 $M \ll N$ 인 Under-determined 문제에서 해는 무수히 많다. 반면에, 압축센싱에서는 측정행렬이 RIP조건을 만족하는 경우에 L_0 -norm 최소화를 이용하여 유일하게 존재하는 해를 구할 수 있다. 여기서, L_0 -norm 최소화는 측정행렬 A 와 측정된 결과인 y 를 알고 있는 경우, 모든 x 중에서 0이 아닌 원소의 개수가 최소인 x 를 찾는 것이다. 하지만, 이는 NP-hard 문제로써 구현하기에는 적절하지 못하다. 따라서 이후 L_1 -norm 최소화를 이용한 복원방법이 제안 되었지만 계산 복잡도가 약 $O(N^6)$ 로서 원래 신호의 길이(N)가 매우 길 경우 계산 복잡도가 지나치게 높아서 구현에 한계점을 안고 있다^[3]. 따라서 압축센싱 분야에서는 신호를 복원하기 위



〈그림 1〉 광대역 다중 레이더 신호 획득 시스템

해 Least Shrinkage and Selection Operator(LASSO)^[6], Least Angle Regression(LARS)^[7], Orthogonal Matching Pursuit(OMP)^[8] 등과 같은 알고리즘들이 제시되고 있다.

Ⅲ. 레이더 신호 획득 기술

광대역에 걸쳐져 있는 레이더 신호들을 획득하는 경우, 압축센싱 원리를 바탕으로 한 Random Demodulator(RD)^[9], Random Modulation Preinteger(RMPI)^[10], 그리고 Modulated Wideband Converter(MWC)^[4] 등의 시스템들을 통해서 높은 확률로 신호를 획득하는 기술들이 제시되어 왔다. 본 논문에서는 이들 가운데에서 MWC 시스템을 이용하여 광대역에서 다중 레이더 신호를 획득하는 방법에 대해서 논하겠다.

1. RSSR 시스템

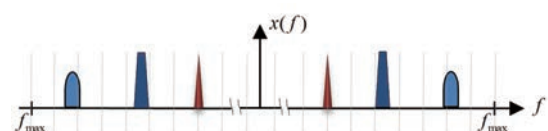
우선, MWC 시스템을 이용하여 광대역에서 다중 레이더 신호를 획득하는 방법을 설명하기에 앞서서, 기존의 광대역 신호를 탐지하는 방식인 Rapidly Swept Super-Heterodyne Receiver(RSSR)에 대해 소개한다. 이는 신호가 존재할 수 있는 넓은 주파수 영역을 일정 간격으로 나누고, 한 번의 관측 시간 동안 분할된 일부분의 주파수 영역만을 관측하고 다음 관측시간 동안 그 옆의 조각난 주파수영역을 관측하는 방식이다^[2]. 이러한 기존의 방식은 한번 분할된 주파수 영역을 관측 및 복원 후 다음 차례의 주파수 부분을 관측할 경우, 관측 구간이 바뀔 때마다 기존에 존재하던 신호가 사라지거나 다른 신호로 대체되는 문제점을 안고 있다. 그리고 만약 이 문제점을 해결하기 위해, 위의 방식을 이용하여 매 주파수 영역마다 동

시에 관측하고 한 번에 복원한다면, 첫째로 나뉜 주파수 대역폭 개수에 비례해서 무수히 많은 하드웨어가 반복되어 요구되고, 둘째로는 지나치게 많은 연산 량이 이 필요하게 됨에 따라 신호를 복구하는데 엄청난 시간을 소모하게 된다. 이와는 달리 MWC시스템^[4]의 핵심은 이러한 문제점을 해소하고, 한 번의 관측시간 안에 넓은 주파수 영역 모두를 관측 및 복원하는 방법이다.

2. MWC 시스템

일정 관측시간 동안 몇 개의 레이더 신호가 존재하는 경우, 레이더 신호들의 스펙트럼들은 넓은 주파수 대역 걸쳐서 산재 된 신호로 나타낼 수 있으며, 각각의 스펙트럼의 대역폭의 크기는 일정하며 B 이하라고 가정 한다. 〈그림 1〉은 레이더 신호가 $R = 3$ 개인 상황에서 레이더 신호들을 획득하고 복원하기 위한 시스템을 나타낸다. 그리고 관측된 레이더 신호는 실수 신호로써 레이더 스펙트럼은 양과 음의 주파수에 대칭으로 존재하게 된다. 다시 말하면, 〈그림 2〉에서 나타낸 바와 같이 $R = 3$ 인 경우, 레이더 신호가 존재할 수 있는 넓은 스펙트럼에서 각각 일정한 대역폭을 갖는 6개의 스펙트럼이 희소하게 산재되어 있으므로 압축센싱 이론과 Modulated Wideband Converter(MWC) 시스템을 통해 레이더 신호를 복원해 낼 수 있다.

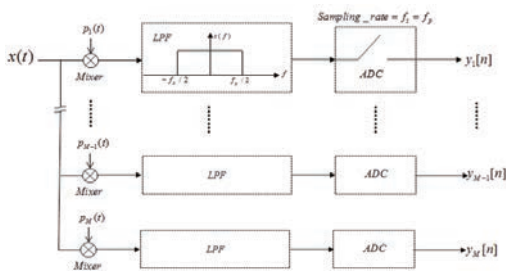
MWC시스템은 〈그림 3〉와 같이 구성된다. 관측시간 동안 MWC 시스템은 R 개의 레이더 신호가 혼합된 신호 $x(t)$ 를 입력 받는다. 우선, 혼합된 레이더 신호 $x(t)$ 는 Mixer에서 Pseudo Random(PR) 시퀀스와 곱해진다. 이 PR 시퀀스는 시간 축에 따라서 ± 1 의 값을 랜덤하게 갖고 있으며 T_p 주기로 반복되고, 스펙트럼 관점에서는 impulse train으로써 매 tone마다 다른 계수를 갖고 impulse가 $f_p = 1/T_p$ 간격으로 나열된 형태를 갖는다. 그리고 PR시퀀스와 곱해진 신호는 f_p 의 band-width



〈그림 2〉 다중 레이더 신호 스펙트럼 ($R = 3$)

를 갖는 Low Pass Filter(LPF)를 거친다. 이 일련의 두 과정가운데 우선 Mixer를 통해, <그림 2>와 같은 레이더 스펙트럼은 PR 시퀀스와 곱해진 후, 주파수 축을 따라 f_p 간격으로 각각의 PR 시퀀스의 계수들이 곱해진 채 이동하면서 반복되게 된다. 그리고 필터를 통하면, f_p 간격으로 반복되던 스펙트럼의 가운데 부분만이 LPF의 결과로써 나오게 되며, 이 안에는 전체 주파수축을 따라 존재하던 모든 sub-band들이 하나씩 들어 있다. 즉, 레이더 스펙트럼이 포함된 sub-band들도 LPF를 통해 모인 base-band 부분에 모두 존재한다. 따라서 신호는 <그림 2>에서 실선으로 구분한 것처럼 주파수 축이 f_p 간격으로 분할된 N 개의 sub-band들로 구성된 형태로 생각 할 수 있다. 그리고 앞서 가정한 바와 같이 각각의 스펙트럼의 대역폭은 B 를 넘지 않으며 $B \leq f_p$ 라고 가정하면 각각의 스펙트럼은 최대 2개의 sub-band까지 걸쳐서 존재 할 수 있다.

그리고 앞서 처리된 신호를 Analog-to-Digital Converter(ADC)를 통해 디지털 신호로 변환시킨다. 이때 ADC의 sampling-rate는 f_p 와 같은 값을 갖는 f_s 로서 기존의 Shannon-Nyquist Sampling rate에 비해 훨씬 낮은 값이다. 즉, 이는 레이더 신호가 존재할 수 있었던 $f_{nyq} = 2 \cdot f_{max}$ 영역에서 레이더 스펙트럼이 위의 과정을 거쳐 base-band로 모였기 때문에 필터 다음에 위치한 ADC에서는 f_p 크기의 주파수 영역만을 처리하면 된다는 것을 의미한다. 다시 말하면, Shannon-Nyquist Sampling 이론에 따라 ADC를 적용할 시에는 f_s 가 f_{nyq} 의 값을 가져야 되지만, MWC시스템의 과정에서 ADC의 f_s 는 f_p 의 sampling-rate만으로도 광대역 레이더 신호를 표본화 할 수 있다.



(그림 3) MWC 시스템 구성도^[4]

일련의 Mixer, LPF, 그리고 ADC를 거쳐 시스템의 결과 y_i 가 생성되며, 이는 매 i 번째 채널을 통해 총 M 개의 채널마다 반복 되어 얻어 진다. 다중 채널을 사용함에 따라 일련의 하드웨어들이 채널 수만큼 필요하게 되지만, 이는 앞서 Ⅲ-1절에서 소개한 RSSR 방식에 비해 훨씬 적은 하드웨어 양이다. 그리고 MWC시스템이 측정한 결과와 이미 알고 있는 설계된 시스템의 특성을 추가적인 디지털 신호처리와 복구 알고리즘에 입력하여 레이더 신호들을 복원 할 수 있다.

3. 레이더 신호 복원

MWC시스템의 결과인 $y_i[n]$ 은 시간 축에 따라 값을 갖는 $1 \times l$ 크기의 벡터 행렬이며, 여기서 l 은 신호의 관측시간이 ADC의 샘플링에 의해 디지털화된 길이이다. 그리고 다중채널을 통해 총 M 개의 $y_i[n]$ 을 모아서 $M \times l$ 측정 행렬을 구성할 수 있다. 즉, M 개의 채널은 M 개의 측정 벡터를 생성해 내며, 이는 레이더 신호들을 찾기 위한 정보를 M 배 더 증가시켜서 복구에 도움을 준다^[4].

따라서 입력 레이더 신호 Z 가 다중채널을 갖고 있는 MWC 시스템 행렬 C 를 통해 결과 Y 를 생성하는 관계를 표현하면 다음과 같다.

$$Y = CZ \tag{3}$$

여기서 $Y \in R^{M \times l}$, $C \in R^{M \times N}$, 그리고 입력 신호 Z 는 $Z \in R^{N \times l}$ 의 크기를 갖는 행렬이다. 그리고 Ⅲ-2 절에서 설명한 바처럼 Z 행렬은 입력 레이더가 존재하는 주파수 영역이 N 개의 sub-band로 구성된 형태처럼 N 개의 row들을 가지고 있으며, 각각의 스펙트럼의 대역폭은 B 를 넘지 않으며 $B \leq f_p$ 의 가정에 의해 각 레이더의 스펙트럼은 N 개의 row들 가운데 연이은 2개의 row들에 위치해 있다. 또한, Z 행렬의 열의 개수인 l 은 관측시간이 ADC의 샘플링에 의해 디지털화 된 길이를 나타낸다. 그리고 Mixer에서 한 주기 T_p 동안 PR 시퀀스의 패턴 개수가 N 이므로, 한 채널에서 시스템 행렬 C 또한 각 sub-band들에 대응되는 N 개의 값들으로써 표현 될 수 있다. 즉, 한 채널의 MWC시스템은 $1 \times N$ 크기의 벡터로써 표현 될 수 있으며, 이 또한 매 채널마다 합성하여 결과적으로 $M \times N$

크기의 시스템행렬 C 를 구성할 수 있다. 여기서 매 채널의 시스템 특성을 나타내는 벡터는 PR 시퀀스가 랜덤하기 때문에 채널마다 모습이 다르다.

그리고 MWC 시스템에 의한 관계식 (3)은 식 (1)에서 설명한 압축센싱의 모델에서 y 와 x 가 벡터인 것과는 달리 행렬의 모습을 갖고 있으며, 이러한 형태를 Multiple Measurement Vector(MMV)라고 한다. 그리고 여기에서 $M \ll N$ 이며 이는 앞서 압축센싱에서 언급한 형태의 문제이다. 따라서 우리는 다중 레이더 신호의 정보를 복구하기 위해서 MWC시스템을 통해 획득한 Y 행렬과 시스템을 설계하는 것을 통하여 이미 알고 있는 C 행렬을 압축센싱 알고리즘 중 하나인 OMP의 입력으로 하여 supports set을 찾는다. 여기서, supports set은 N 개의 sub-band들 가운데 레이더 신호의 스펙트럼이 존재하고 있는 위치이며, 이는 입력 레이더 신호에 대응되는 Z 행렬의 N 개의 row들 가운데에서 레이더 신호를 나타내는 정보가 담긴 row의 위치이다. 또한, OMP를 통해 찾은 supports set은 시스템 행렬 C 의 column위치에 대응되며, 이와 같은 supports set의 집합을 집합 S 로 정의한다. 따라서 집합 S 에 대응 되는 column들을 추출하여 구성된 행렬 C_S 에 Moore-pseudo inverse를 취한 결과의 오른쪽에 Y 행렬을 곱하여 Z_S 행렬을 얻는다. 그리고 이 Z_S 은 레이더 신호의 스펙트럼을 나타내고 있으며, 이와 같이 복구한 신호의 스펙트럼을 통하여 입력 레이더 신호들에 대응되는 복구된 신호인 $x[n]$ 을 얻을 수 있다. 결론적으로, 이는 <그림 4>에서 확인 할 수 있는 바와 같

이 MWC시스템을 이용하여 광대역에서 성공적으로 다중 레이더 신호를 복원함을 의미 한다.

VI. 결론

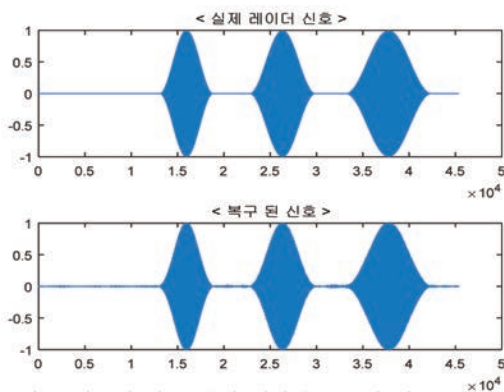
본 논문에서는 압축센싱 이론에 근거하여 Shannon-Nyquist Sampling rate보다 낮은 sampling-rate로 광대역에서 다중레이더 신호를 복원하는 기술에 대해서 논 하였다. 전통적인 광대역 신호 탐지 방식과는 달리, MWC 시스템을 통해 시간에 따라 레이더 신호를 놓치지 않고 더 적은 하드웨어를 사용하여 성공적으로 레이더 신호의 획득이 가능 하다. 그리고 복구한 신호에서 레이더 신호가 도착했던 시각, 존재한 시간, carrier 주파수 등의 추정 기법^[11]을 적용한다면 해당 레이더의 사용 목적이나 발신지 등을 추정할 수 있으며 이를 통해 다양한 민.군 분야에 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

감사의글

본 논문은 2016년도 한화탈레스(주)의 재원을 지원 받아 수행된 연구임.

참고 문헌

- [1] Mark A. Richard, James. A. Scheer, Principles of modern radar, SciTech Publishing, 2010.
- [2] J. Tsui, Digital techniques for wideband receivers, SciTech Publishing, 2004.
- [3] Emmanuel Candes, Justin Romberg, and Terence Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE trans, on Information Theory, 52(2) pp, 489-509, Feb, 2006.
- [4] M. Mishali, Y. C. Eldar, "From Theory to Practice: Sub-Nyquist Sampling of Sparse Wideband Analog Signals," IEEE journal, in Signal Processing, Vol. 4, No.2, pp. 375-391, Apr, 2010.
- [5] 이흥노, 박상준, 박순철, "압축센싱 소개," 대한전자공학회지, 전자공학회지 vol. 38, no.1, pp.19-30, Jan, 2011.
- [6] RoBer Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via



<그림 4> 시간에 따른 실제 레이더 신호와 복구된 신호 파형 (R=3)



the LASSO,” Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), vol.58, no.1, pp. 267–288, 1996.

[7] B. Efron, T. Hastie, I. M. Johnstone, and R. Tibshirani, “Least angle regression,” The Annals of Statistics, vol. 32, no.2, pp. 407–409, 2004.

[8] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, “Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit,” IEE Trans. Info. Theory, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec, 2007.

[9] J. Tropp, J. Laska, M. Duarte, J. Romberg, and R. Baraniuk, “Beyond nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals,” IEEE Trans. Info. Theory, vol. 56, no. 1, pp. 520–544, 2010.

[10] J. Yoo, S. Becker, M. Loh, M. Monge, E. Candes, and A. Emami-Neyestanak, “A 100MHz – 2GHz 12.5x sub-nyquist rate receiver in 90nm CMOS,” IEEE in Radio Freq. IC Symposium (RFIC), pp. 31–34, Jun, 2012.

[11] Juhwan Yoo, C. Turnes, E. B. Nakamura, Chi K. Le, S. Becker, E. A. Sovero, M. B. Wakin, M. C. Grant, J. Romberg, A. Emami-Neyestanak, and E. Candés, “A Compressed Sensing Parameter Extraction Platform for Radar Pulse Signal Acquisition,” IEEE Journ. in circuits and systems, vol. 2, no. 3, Sep, 2012.



박 정

- 2015년 2월 경북대학교 전자공학부(학사)
- 2016년 3월~현재 광주과학기술원 전자전기컴퓨터공학부 석사과정

〈관심분야〉
Sub-Nyquist sampling, 압축센싱, 무선통신



장재혁

- 2014년 2월 금오공과대학교 전자공학부(학사)
- 2016년 2월 광주과학기술원 정보통신공학부(석사)
- 2016년 3월~현재 광주과학기술원 전자전기컴퓨터공학부 박사과정

〈관심분야〉
Sub-Nyquist sampling, 압축센싱



이흥노

- 1993년 6월 UCLA 전기전자공학(학사)
- 1994년 12월 UCLA 전기전자공학(석사)
- 1999년 12월 UCLA 전기전자공학(박사)
- 1999년~2001년 Hughes Research Lab, 연구원
- 2002년~2008년 University of Pittsburgh, Pittsburgh, U.S.A 조교수
- 2012년~2013년 전남대학교 병원 객원교수
- 2009년~현재 광주과학기술원 부교수, 교수
- 2015년~현재 광주과학기술원 연구처장
- 2016년~현재 광주과학기술원 GTI 단장

〈관심분야〉
압축센싱, 정보이론, 머신러닝