조인트 희소화 모델을 활용한 입사각 변화에 강건한 압축센싱 분광기

김철순, *이홍노
광주과학기술원 전기전자컴퓨터공학부
e-mail : csk0315@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr

Angle tolerant compressive sensing spectroscopy Using joint sparsity model

Cheolsun Kim, *Heung-No Lee
School of Electrical Engineering and Computer Science
Gwangju Institute of Science and Technology (GIST)

Abstract

In this paper, we propose the joint sparsity model for angle tolerant compressive sensing spectroscopy. As a compressive sensing spectroscopy, we use multilayer thin-film filters. We compare the recovery performance of the proposed model and conventional compressive sensing model. Unlike conventional compressive sensing model, the proposed model is tolerant to change of incident angle in compressive sensing spectrosocopy.

I. 서론

압축센싱 분광기는 넓은 파장대역의 신호를 적은 수의 광학 센서들로 측정하고, 측정된 값들과 광학 센서들의 특성을 이용하여 원 신호를 복구하는 장치이다. 광학 센서들의 특성 (센싱행렬) 은 사전 정보로서 미리 구해두고 신호 복원에 사용된다. 하지만, 실제 압축센싱 분광기 측정에서 센싱행렬은 입력 광원의 입사각에 따라 변한다. 따라서, 실제 압축센싱 분광기의 센싱행렬과 사전 정보로서 미리 구해둔 센싱행렬이 달라지게 된다. 이는 압축센싱 분광기의 성능을 떨어뜨리는 요인으로 작용한다.

본 논문에서는 조인트 희소화 모델을 이용하여 입사각에 따라 센싱행렬이 변화하는 문제를 해결하는 압축센싱 분광 시스템을 소개한다.

II. 본론

2.1 Compressive sensing spectroscopy

분광기는 다음과 같은 선형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \tag{1}$$

여기서 $\boldsymbol{x}$ 는 N×1 분광 신호 벡터, $\boldsymbol{y}$ 는 M×1 측정 벡터, $\boldsymbol{A}$ 는 M×N 센싱 행렬이다. 이때, 압축센싱 분광기의 벡터들의 사이즈는 $N>M$ 이므로, 수식 (1) 은 불충분 선형방정식이 된다. 수식 (1), 최적화 문제로 표현될 수 있고, 복구 알고리즘을 통해 분광 신호 $\boldsymbol{x}$ 를 복원 한다. 이러한 특징으로, 압축센싱 분광기를 통한 분광 해상도 향상, 분광계 소형화 등 다양한 연구가 진행되어 왔다 [1-2].

2.2 Joint Sparsity Model

압축센싱에서, 복구 알고리즘은 측정 벡터와 사전 정보로서 미리 구해 진 센싱행렬이 필요하다. 하지만,

실제 측정에서 센싱행렬은 주변 환경 등, 여러요소에 의해 바뀐다. 이러한 특징을 딕셔너리 미스매치 문제라 정의하고, 이를 조인트 희소화 모델로 해결하려는 연구가 진행되어 왔다 [3]. 특히, 압축센싱 분광기에서는 입력광원의 입사각에 의해 센싱행렬이 바뀐다.

실제 측정에서의 센싱행렬을 D 라 할 때, D 는 사전 정보로 갖고 있는 센싱행렬 A 와 보정행렬 E 의 합으로 타나낼 수 있다. i.e., $D=A+E$. 여기서, 보정행렬의 i 번째 열 벡터 e_i 는 $\beta_i b_i$ 이다. b_i 는 i 번째 열 벡터 값들의 입사각 변화에 따른 기울기 벡터이며, β_i 는 입사각 변화량이다. b_i 는 사전 정보로 알고 있는 벡터이며, β_i 는 알지 못하는 값이다. 따라서, 식 (1)은 다음과 표현될 수 있다.

$$y = (D + B\Delta)x \qquad (2)$$

여기서, $B = [b^1, b^2, \cdots, b^N]$, $\Delta = diag(\beta)$, 그리고 $\beta = [\beta^1, \beta^2, \cdots, \beta^N]^T$. 입력 신호 x를 벡터 β 를 알지 못하는 상황에서 복구하기 위해, 수식 (2)를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$y = \Psi f \qquad (3)$$

여기서, $\Psi = [A, B]$, 그리고 $f = [x^T, (\beta \odot x)^T]^T$ 이다. $\odot$는 원소 간 곱 연산을 나타낸다.

수식 (3)에서, 신호 f 는 $L1$ 놈 최소화 문제로 복구할 수 있다.

Ⅲ. 시뮬레이션 및 결론

압축센싱 분광기로 Multilayer thin-film 구조를 이용하였다. 50개의 thin-film 필터를 Matlab을 이용하여 만들었고, 500 - 700 nm를 관심 파장 대역으로 고려하였다. 센싱행렬은 필터의 투과 특성을 500 - 700 nm 파장 대역에서 1nm 간격으로 샘플링 하였다. 또한, 입사각 변화에 따른 기울기는 First order tayler series를 통해 사전 정보로 구해두었다.

딕셔너리 미스매치 상황에서 제안하는 방법의 성능을 검증하기 위해, 일반적인 압축센싱 방법과 비교 시뮬레이션을 수행하였다. 입사각의 각도를 바꿔가며, 제안하는 방법의 모델로 복원된 입력 신호 x 의 일반적인 압축센싱 모델로 복원된 입력 신호 x 의 Root Mean Square Error를 비교 측정하였다. 신호 x 는 0이 아닌 값들의 개수 (k) 가 4 인 희소 신호를 이용하였다.

그림 (1)은 입사각 변화에 따른 복구 성능을 나타낸 그래프이다. 일반적인 방법 (conventional method)는 수식 (1)을 $L1$ 놈 최소화 문제로 푼 결과이며, 제안하는 방법은 수식 (3)을 $L1$ 놈 최소화 문제로 푼 결과이다. 또한, 제안하는 방법과 반복을 사용한 방법은 수식

그림 1. 입력신호의 입사각에 따른 복구 성능 비교 그래프

(3)을 풀어 얻은 결과 벡터 β 를 수식 (2) 에 넣어 $L1$ 놈 최소화 문제로 반복적으로 푼 결과이다. 그림에서 확인 할 수 있듯이, 제안하는 방법이 압축센싱 분광기에서 입사각이 변할 때, 즉 미스매치 문제가 발생하였을 때, 일반적인 압축센싱 분광기 보다 좋은 성능을 보이는 것을 알 수 있다. 또한 제안하는 방법에 반복적인 방식을 더하면, 성능이 향상되는 것을 알 수 있다.

Acknowledgement

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean government (MSIP) [NRF-2018R1A2A1A19018665].

참고문헌

[1] J. Oliver, Woongbi Lee, Sangjun Park, and Heung-No Lee, "Improving resolution of miniature spectrometers by exploiting sparse nature of signals," *Opt. Express* 20, 2613-2625 (2012).

[2] J. Oliver, Woong-Bi Lee, and Heung-No Lee, "Filters with random transmittance for improving resolution in filter-array-based spectrometers," *Opt. Express* 21, 3969-3989 (2013).

[3] Tan, Zhao, Peng Yang, and Arye Nehorai. "Joint sparse recovery method for compressed sensing with structured dictionary mismatches," *IEEE Trans. Signal Process.* 62, 4997-5008 (2014).