

2013년도 한국통신학회 하계종합학술발표회 프로그램

|일시 2013년 6월 19일(수) ~ 21일(금)

|장소 라마다프라자 제주호텔 2층

|주최 한국통신학회

|협찬 삼성전자, SK텔레콤, LG U+, KT, Ericsson-LG,
LG전자, Qualcomm, 넷비전텔레콤, (주)엠에이



발표일: 6월 20일(목)

9D 통신이론 및 시스템**13:10-14:00**

좌장 : 김봉현(경남대), 박남제(제주대)

- [9D-1] 고속 연산을 위한 병렬 십진 부동소수점 가산기 설계
윤형기, 장인규, 이우경, 문대철(호서대학교)
- [9D-2] 고해상도 소나 영상에서의 3D 도식화 방법을 통한 원통형 물체 회전에 대한 인식을 향상
이지은, 박세황, 임성빈, 심태보, *권휴상, **조요한(송실대학교, *한국표준과학연구원, **국방과학연구소)
- [9D-3] 슈퍼렌즈 디스크 검출 신호의 성긴 모델링
문우식, 김선호, 임성빈(송실대학교)
- [9D-4] 직선검출 기법을 이용한 동기화 정보 검출에 관한 연구
윤창열, 류정호, 이규송(국방과학연구소)
- [9D-5] OFDM 부채널 및 비트할당을 위한 선형계획법 기반 휴리스틱 연구
박태형, 임성빈, 박세황, 김선호(송실대학교)
- [9D-6] 비대칭 멀티코어 상에서 차량용 응용 소프트웨어(LDW) 기술 개발
박미룡, 한태만, *김동원(한국전자통신연구원, *충북도립대학)
- [9D-7] 전자클러치를 가지는 교류발전기의 동력단속 제어가 하이브리드 자동차 시스템에 미치는 영향
송정연, *조면균(주) 다텍, *세명대학교 정보통신학부)
- [9D-8] 도심 내 거리 검색 서비스
이승재, 제성관, 이근동, 나상일, 오원근(한국전자통신연구원)
- [9D-9] 클라우드 스토리지의 콘텐츠 공유 제어 모델
서용석, 김정현, 유원영(한국전자통신연구원)
- [9D-10] 선부호기와 비균등 전력을 이용한 MIMO SM 기법
서재현, *정태진, *김호준, 김영민, 김홍묵(ETRI, *전남대학교)
- [9D-11] DASH를 이용한 대용량 콘텐츠의 실시간 방송 적용에 관한 동향 연구
임성용, 석주명, 차지훈, *김탁곤(한국전자통신연구원, *한국과학기술원)
- [9D-12] 고화질 파노라마 영상획득을 위한 3차원화면기반 멀티카메라 모니터링 기술 연구
석주명, *조용우, 임성용, 차지훈(한국전자통신연구원, *경희대학교)
- [9D-13] 검증 기반 알고리즘과 구간 전달 알고리즘을 결합한 압축 센싱 복원 기법
전보환, 홍석범, 박호성, 노종선(서울대학교)
- [9D-14] 연속 제거 리스트 복호기를 이용한 패킷 단위 극 부호의 복호 방법
류대현, *김재열, 김종환, 김상효(성균관대학교, *삼성전자)
- [9D-15] 두 Decimate된 수열 간의 상호 상관도 분포
조창민, 노종선(서울대학교)
- [9D-16] 선형 계획법을 이용하여 평탄도 편차를 보상하는 FIR필터 설계
신명재, 노기탁, 김성엽, 정의립(한밭대학교)
- [9D-17] 압축 센싱 신호 복구를 위한 AMP(Approximate Message Passing)의 재분석
백형호, 박상준, 류정민, 이홍노(광주과학기술원)

압축 센싱 신호 복구를 위한
AMP(Approximate Message Passing)의 재분석

백형호, 박상준, 류정민, 이흥노*
광주과학기술원

baek@gist.ac.kr, sjpark1@gist.ac.kr, jmryu@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr*

Reanalysis of Approximate Message Passing (AMP)
for Compressed Sensing Signal Recovery

Baek Hyeong Ho, Park Sang Jun, Ryu Jeong Min, Lee Heung No*
Gwangju Institute of Science and Technology (GIST)

요약

본 논문은 Maleki 와 Donoho 에 의해 제안된 AMP(Approximation Message Passing)[1] 알고리즘에 대한 지침 및 이와 관련된 기존의 MP(Message Passing) 알고리즘과의 관계에 대해 분석하였다. 또한 시뮬레이션을 통한 기존의 sparse-based, dense-base 알고리즘과의 비교 분석 결과를 제시한다.

I. 서론

압축 센싱 이론은 신호 처리 영역에서 가장 주목 받고 있는 기술 중에 하나이고, 효과적인 복구 알고리즘을 설계하는 것은 압축 센싱의 중요한 연구 분야이다. 많은 복구 알고리즘이 문헌을 통해 발표되었음에도 불구하고 Maleki 와 Donoho 에 의해 제안된 AMP 알고리즘은 간단한 구조에 비해 놀라운 복구 성능을 보여주기에 학계에서 많은 주목을 받고 있다.

본 논문에서는 AMP 알고리즘의 대한 폭넓은 이해와 Classical Sum-Product MP 알고리즘과의 관계에 대한 분석을 제공한다. 마지막으로 시뮬레이션 결과를 통한 기존의 sparse-based, dense-base 알고리즘과 비교 분석 결과를 제시하고자 한다.

II. 본론

A. CS 복구 문제를 위한 MP 알고리즘

CS 복구 문제의 목표는 (1)과 같이 낮은 차원의 측정 벡터 \mathbf{y} 에서 높은 차원의 희소 신호 벡터 \mathbf{x} 를 복구하는 것이다.

$$\mathbf{y}_{(m \times 1)} = \mathbf{A}_{(m \times N)} \mathbf{x}_{(N \times 1)} \quad (1)$$

확률적인 관점에서 희소 신호 벡터 \mathbf{x} 의 복구는 \mathbf{x} 의 MAP-optimal estimate 를 찾는 것으로 생각할 수 있다. 이는 궁극적으로 식 (2) 에서와 같이 각 변수 x_i 의 최대의 marginal 값을 찾는 것이다.

$$\hat{x}_i^{MAP} = \arg \max_{x_i} \sum_{\sim x_i} p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2)$$

여기서 변수 각각에 따라 marginal 값을 하나씩 계산할 경우 엄청난 계산적 낭비를 초래한다. 이에 비해 MP 알고리즘을 사용할 경우에 상당한 복잡성 감소의 이득을 얻을 수 있다. MP 알고리즘은 아래와 같이 각 iteration 마다 두 단계로 수행된다.

1. Variable-Node :

$$m_{x_i \rightarrow y_j} = \prod_{n(x_i) y_j} m_{y_{n(x_i)} \rightarrow x_i} \quad (3)$$

2. Measurement-Node

$$m_{y_j \rightarrow x_i} = \sum_{\sim x_i} f_{y_j}(n(y_j)) \prod_{n(y_j) x_i} m_{x_{n(y_j)} \rightarrow y_j} \quad (4)$$

B. MP 알고리즘으로부터 AMP 의 유도

희소 신호 벡터 \mathbf{x} 대한 prior 분포는 식 (5)와 같이 희소성을 증진하는 부분과 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ 을 만족하는 non-zero 부분으로 설계된다.

$$p_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \prod_{i=1}^N \exp(-\beta |x_i|) \prod_{j=1}^M \delta(y_j = A_j \mathbf{x}) \quad (5)$$

이에 따라 앞에서 제시한 BP 알고리즘은 다음과 같이 표현할 수 있다.

1. Variable-Node :

$$m_{x_i \rightarrow y_j} = \exp(-\beta |x_i|) \cdot \prod_{j' \in (n(x_i) \setminus y_j)} m_{y_{j'} \rightarrow x_i} \quad (6)$$

2. Measurement-Node

$$\hat{m}_{y_j \rightarrow x_i} = \int_{x_i} \delta(y_j = A_j \mathbf{x}) \prod_{x_r \in (n(y_j) \setminus x_i)} m_{x_r \rightarrow y_j} \quad (7)$$

(6), (7)에서 주어진 message 의 형태는 계산적으로 복잡한 실수 범위의 확률 밀도 함수이기 때문에 간단한 parameter 형태의 message 로 변환할 필요가 있다. 이를 위해 message 가 Gaussian 분포를 가진다고 가정한다. 그 결과 평균과 분산만 가지고도 확률 밀도 함수를 나타낼 수 있게 된다. 즉, message 의 형태가 평균과 분산이라는 parameter 의 형태가 된다. 또한 message 가 Gaussian 분포를 가진다는 가정은 large system limit 일 때, central limit theorem 에 의해 타당하다. 따라서, $m_{y_j \rightarrow x_i}$ message 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{m}_{y_j \rightarrow x_i} \cong \text{Normal}(\hat{\mu}_{j \rightarrow i}, \frac{\hat{\tau}_{j \rightarrow i}}{\beta}) \quad (8)$$

$$\hat{\mu}_{j \rightarrow i} = y_j - \sum_{l \neq i} A_{jl} \mu_{l \rightarrow j} \quad (9)$$

$$\hat{\tau}_{j \rightarrow i} = \sum_{l \neq i} (A_{jl})^2 \tau_{l \rightarrow j} \quad (10)$$

한편, MP 알고리즘으로부터 $m_{x_i \rightarrow y_j}$ 는 Laplace 와 Gaussian 의 곱의 분포를 보인다. 임의의 parameter a 와 b 를 가지는 확률 변수 x_i 의 곱의 분포를 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$f_{\{a,b,\beta\}}(x_i) \equiv \frac{1}{z(a,b,\beta)} \exp\{-\beta|x_i| - \frac{\beta}{2b}(x_i - a)^2\} \quad (11)$$

여기서 $a = \sum_{j \neq i} A_{ji} \mu_{j \rightarrow i}$ 이고, $b = \hat{\tau}_{j \rightarrow i}$ 이다. 그런데 각 x_i 의 $\hat{\tau}_{j \rightarrow i}$ 는 궁극적으로 아주 작은 값에 수렴된다. 따라서 $b = \hat{\tau}_{j \rightarrow i} = \hat{\tau}$ 라고 가정할 수 있고, edge 에 독립적이다. 결론적으로 아래와 같은 알고리즘이 유도된다.

1. Variable-Node :

$$\mu_{l \rightarrow j} \equiv E_{f_{\{a,b,\beta\}}}(x_i) \quad (12)$$

2. Measurement-Node

$$\hat{\mu}_{j \rightarrow i} = y_j - \sum_{l \neq i} A_{jl} \mu_{l \rightarrow j} \quad (13)$$

3. Variance Update

$$\hat{\tau}_{j \rightarrow i} = \hat{\tau}^{t+1} = \left(\frac{\beta}{n}\right) \sum_{l \neq i} \text{Var}_{f_{\{a,b,\beta\}}}(x_i) \quad (14)$$

$$\approx \left(\frac{\beta}{n}\right) \sum_i \text{Var}_{f_{\{a,b,\beta\}}}(x_i)$$

마지막으로 $\beta \rightarrow \infty$ 를 이용하여 $E_{f(\cdot)}$ 와 $\text{Var}_{f(\cdot)}$ 을 간단하게 표현할 수 있다. 또한 Taylor 근사를 통한 계산의 복잡도 감소 시킬 수 있다. 최종적으로 AMP 알고리즘은 아래와 같이 표현될 수 있다.

1. Variable-Node

$$\mathbf{\mu}^{t+1} = \eta((\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{\mu}}^t + \mathbf{\mu}^t), \hat{\tau}^t) \quad (15)$$

2. Measurement-Node

$$\hat{\mathbf{\mu}}^t = \mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{\mu}^t - \underbrace{\frac{\hat{\mathbf{\mu}}^{t-1}}{\delta} \left\langle \eta'((\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{\mu}}^{t-1} + \mathbf{\mu}^{t-1}), \hat{\tau}^t) \right\rangle}_{\text{Onsager Term}} \quad (16)$$

3. Variance Update

$$\hat{\tau}^{t+1} = \left(\frac{\beta}{\delta}\right) \left\langle \eta'((\mathbf{A}^T \hat{\mathbf{\mu}}^t + \mathbf{\mu}^t), \hat{\tau}^t) \right\rangle \quad (17)$$

C. Dense-based 와 Sparse-based 알고리즘의 시뮬레이션 비교

다음의 그림은 Sparse-based 알고리즘(CS-BP[2], SuPrEM[3])과 Dense-based 알고리즘의 성능 비교를 통한 AMP 의 복구 우수성을 보여주는 결과이다. 이론에서와 같이 Figure 1 과 Figure 2 를 통해 Dense-based 알고리즘의 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 또한 AMP 와 Parameter Passing BP 는 상당한 복잡도 차이에도 불구하고 Figure 2 에서와 같이 비슷한 성능을 보이고 있다.

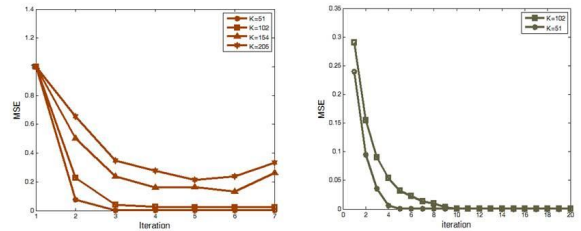


Figure 1 CS-BP 와 SuPrEM 의 MSE (Sparse-based 알고리즘)

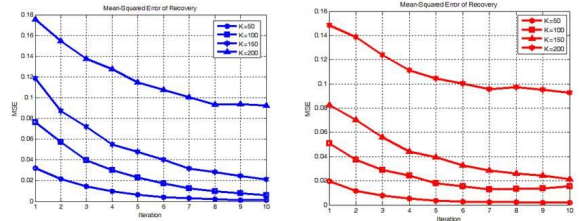


Figure 2 AMP 와 Parameter Passing BP 의 MSE (Dense-based 알고리즘)

III. 결론

본 논문에서는 압축 센싱 복구 알고리즘인 AMP 를 Classical MP 와 연결하여 심도 있는 수학적 유도를 통해 이해하기 쉬운 지침을 제공하였다. 또한 MP 에 기반을 둔 여러 알고리즘과의 비교 분석 결과를 통해 AMP 알고리즘의 성능 우수성을 제시하였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 논문은 2012 년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (중견연구자-도약연구사업, NO. 2012-0005656, MT-IT 연구사업, NO. K20901002277-12E0100-06010)

참고 문헌

[1] D. L. Donoho, A. Maleki and A. Montanari, " Message Passing Algorithms for Compressed Sensing." Proc. Natl. Acad. Sci. 2009.
 [2] D. Baron, S. Sarvotham, R.G. Baraniuk, " Bayesian compressive sensing via belief propagation", IEEE Trans. Signal Processing, 2009.
 [3] M. Akcakaya, J. Park and V. Tarokh, "A coding theory approach to noisy compressive sensing using low density frame" IEEE Trans. Signal Processing, 2011.