

압축센싱: Seeing through Computation



이흥노 편집위원
(GIST 정보통신공학과)

지난 2011년 1월에는 숭실대학교 신요안 교수님께서 편집자로 수고해 주신 압축센싱에 관한 대한전자공학회 특집호가 출판되었습니다. 거기에서는 압축센싱 기술의 기초이론과 통신 및 초음파 시스템 응용에 대한 연구 동향을 살펴보는 기회를 가졌습니다. 지난 특집호 이후 삼년 여가 지난 지금 어떤 새로운 연구가 진행되었는지 되돌아 보며, 압축센싱이라는 주제를 다시 한 번 다루어 보고자 합니다. 이렇게

압축센싱이라는 연구분야가 계속해서 여러 연구자들의 관심을 끄는 이유는 압축센싱 분야에서 오랫동안 사용되어 온 전통적 방식의 신호 획득 방법 및 그에 의한 시스템 디자인 방식을 무너뜨리는 전혀 새로운, 와해적인(interruptive) 시스템과, 혁신적(breakthrough)인 결과들이 속속 발표되고 있기 때문입니다.

그 예로서, 렌즈가 필요 없어서 어디든지 부착하고 사용할 수 있는 초소형 Lens Free 카메라, 위치 측위 정확도의 전통적 한계를 무너뜨리는 레이더, 전기 코일 통속에 앉아서 기다리는 시간을 10배 이상 획기적으로 줄인 고해상도 fMRI, Shannon-Nyquist 표본화와 같은 전자공학 상식을 뛰어넘는 Analog-to-Digital Converter, 기존의 방식으로는 상상할 수 없을 만큼의 넓은 주파수 대역을 모니터링 할 수 있는 인지무선 라디오의 스펙트럼 센싱 방법, 광 대역 통신 시스템에서 간섭을 제거하는 방법, 정확도를 크게 향상시킨 무선 채널 추정 방법 등을 들어볼 수 있습니다.

이번호에서는 이런 여러 가지 연구결과들을 Seeing through Computation이라는 부제를 붙이고 바라보고자 합니다. 압축센싱 이론을 응용측면에서 간략히 말하면, 신호측정은 간결히, 신호복원은 신중하고 정확하게 라고 할 수 있습니다. 후 신호 처리 Computation을 통해 복원을 잘 할 수 있으므로, 신호 측정을 하는 센서부분은

상대적으로 훨씬 간결하게 만들 수 있다는 의미입니다. 즉, 센서 숫자를 줄이거나 측정시간을 줄이거나 하는데 쓰일 수 있습니다. 혹은 센서 수나 신호 측정량을 고정시킬 경우, 센서 수 대비 정보 해상도 또는 정확도를 향상시킬 수 있다는 것입니다. 현미경, 영상장치, ADC, 스펙트럼 센싱, 무선 채널 추정, 간섭신호 추적 등은 사물을 보는 것, 즉 Seeing 을 의미합니다. 후 처리 연산을 통해 신호를 잘 복원할 준비가 되어 있으면, 즉 Computing 자원을 확보하고 있으면, 센서를 통해 사물을 보는 시스템을 간결하고 쉽게 만들 수 있다는 것입니다.

이번 특집호에서는 저의 연구실과 Seeing through Computation이라는 주제에 잘 맞는 연구를 진행해 오신 다섯 분의 연구자를 선별하여 초청하고 특집호를 구성 하였습니다. 먼저 최진호 교수님께서 “Compressed Sensing Radar 연구 동향”을 통해 압축센싱의 레이더 시스템 적용 및 레이더의 분해능 증대 방안 연구 동향을 살펴보았습니다. 전병우 교수님께서 “압축센싱과 영상 처리 응용”의 제목으로, 단일 화소 카메라, Lens Free 카메라 등 압축센싱의 영상처리 응용 최신 동향을 살펴봐 주셨습니다. 황도식 교수님께서 “다중변수 압축 MRI 기술 연구 동향”의 제목으로 다중변수 압축 MRI의 기본 원리와 관련 분야 연구 동향을 살펴 주셨습니다. 신요안 교수님께서 “무선통신에서의 압축센싱 응용”이란 제목의 논문에서, 압축센싱이 무선 통신에서 Analog-to-Digital Conversion, 무선 채널 추정, 인지 라디오 스펙트럼 센싱, 무선랜 다중 표적 무선 측위 등에서 정확도를 높일 수 있는 데 쓰일 수 있음을 보여주었습니다. 예종철 교수님께서 “신호처리를 이용한 초고해상도 형광 현미경”이라는 제목의 논문에서 압축센싱이 형광 현미경의 해상도 증진에 쓰일 수 있음을 보여주었습니다. 마지막으로 저의 연구실에서 광 대역 통신 시스템의 협 대역 간섭 제거를 위한 압축센싱 기술 연구 동향을 살펴 보았습니다.

이 자리를 빌어 연구에 전념하느라 바쁘신 중에도 저의 원고 초대에 흔쾌히 응해 주시고, 촉박한 일정에도 불구하고, 기한 내에 원고를 마감해주신 다섯 분의 교수님들과, 심의와 조연을 아끼지 않아 주신 강의성 학회지 편집위원장님과 편집위원님들께 감사의 말씀을 드립니다.

Compressive Sensing Radar 연구 동향

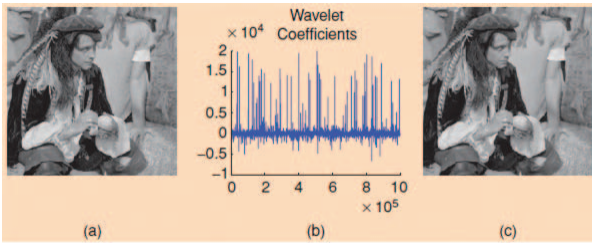
신호의 표현과 압축은 밀접하게 연관되어 있다. 만약 매우 효과적인 신호 표현 방식을 찾을 수 있다면 매우 높은 비율로 신호 압축이 가능하다. 또한 효과적인 신호 표현 방식을 통해 우수한 성능과 낮은 복잡도를 갖는 신호 추정 방식을 유도할 수도 있다. 효과적인 신호 표현 방식은 대상 신호 자체의 성질과 관련되어 있다. 영상 신호 등 매우 일반적인 신호가 적절한 변환을 통해 산재된 신호(sparse signal)가 될 수 있음을 많은 연구를 통해 볼 수 있다. 이러한 사실이 compressive sensing(CS)의 기반이다. 즉 신호가 어떠한 변환을 통해 산재된 신호로 표현될 수 있다면 매우 적은 수의 샘플로 이러한 신호를 알아낼 수 있다는 것을 Donoho와 Candes 등이 보였고 이것이 가능한 다양한 조건에 등에 대해 연구되었다. CS는 신호 처리에 근본적인 문제인 효과적인 신호 표현 방식에 직접 연관되어 매우 다양한 분야에 적용될 수 있다. 이 논문에서 CS의 기본적인 개념을 소개한 후 CS가 레이더 신호 처리에 어떻게 도움이 될 수 있는지 살펴본다.

1. 서론

주어진 아날로그 신호를 가장 적은 수의 샘플로 표현하는 것에 대한 이론적인 연구는 매우 오래되었다^[15]. 아날로그 신호의 대역폭에 2배 이상의 샘플비(sampling rate)로 취득한 신호(이산 신호)는 다시 아날로그로 변환할 때 아무런 손실 없이 복원됨이 잘 알려져 있고, 최소 샘플비는 Nyquist rate으로 잘 알려져 있다. 이 때 아날로그 신호는 기저 대역의 신호이고, 이 Nyquist rate 보다 더 적은 샘플비로 신호를 취득한 경우, 신호의 손상이 생긴다. 이러한 이론은 아주 오랜 시간 동안 정확한 것으로 이해되었으나, 임의의 기저대역 신호에



최진호
광주과학기술원
정보통신공학과



〈그림 1〉Wavelet 변환으로 압축된 영상
(a) 원래 영상, (b) Wavelet 영역에서 계수들, (c) 복원된 영상^[6]

대한 너무 일반적인 이론이어서 특수한 신호에 대해 보다 더 정교한 이론이 필요하게 되었다. 가장 중요한 신호의 예는 산재한 신호이다. 영상압축에 Wavelet (JPEG-2000^[16])이나 변환 코드를 이용하는 경우, 실제 영상이 모든 영역에 고른 값의 분포를 갖더라도 Wavelet 변환의 경우 몇 개의 계수만 매우 큰 값을 가지고 있어, 이러한 계수만 저장하여 매우 높은 압축비로 영상을 보관 또는 전송할 수 있음이 알려져 있다.

〈그림 1〉은 Wavelet으로 압축된 영상의 예를 보인다^[6]. 〈그림 1〉(a) 영상은 원 영상이고, (b)는 Wavelet 계수를 보인다. 아주 일부만 큰 계수의 값을 가지고 있다. 전체 10^6 개의 계수 가운데 25,000 개의 큰 계수 값만 남기고 나머지를 0으로 대체한 후 다시 역변환해서 얻은 영상을 (c)에 보인다. 0으로 대체한 Wavelet 영역의 신호는 산재한 신호이다. 대부분의 영상은 적절한 변환을 통해 산재한 신호로 근사된다. 이를 통해 매우 효과적인 영상 신호 표현을 산재 신호를 통해 할 수 있음을 알 수 있다.

산재한 신호의 가장 단순한 예는 Fourier 변환을 통해 볼 수도 있다. 시간 영역에서 상수 신호는 전 시간에 대해 0이 아닌 값을 가지고 있지만(즉 산재 신호가 아니지만), 주파수 영역에서는 주파수가 0인 경우에만 0이 아닌 계수 값을 갖고, 다른 주파수의 계수는 모두 0인, 주파수 영역에서 산재 신호이다. 이러한 예를 통해 보면, 임의 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있음을 알 수 있다. 물론 모든 신호들이 이러한

특징을 가지고 있지 않지만, 자연계에서 관찰되는 많은 신호(영상 등)가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있다는 것은 잘 알려져 있었다.

일반적으로 산재 신호는 그대로 관찰되거나 취득되지 않는다. 앞서 보인 영상의 경우에도 우리가 직접 보는 영상 신호는 산재 신호가 아니다. 따라서 주어진 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 된다고 가정을 할 경우, 이런 산재 신호를 찾는 문제가 중요하다. 즉 관찰된 신호에서 산재 신호를 찾는 문제가 중요한데, 압축 센싱(compressive sensing (CS))을 통해 관찰 신호의 길이보다 매우 작은 수의 샘플의 만으로도 산재 신호를 찾을 수 있음을 보였다^[5,9]. CS가 소개된 후, 다양한 분야에서 응용이 이루어졌다.

CS는 영상신호 등에 바로 적용되면 매우 적은 샘플로 신호를 압축/복원할 수 있다. 따라서 전통적인 방식의 영상 신호 압축/복원에서 벗어난 매우 효율적인 새로운 방식을 얻을 수 있다. 전통적인 방식이란, 영상 신호를 Nyquist rate에 따라 샘플하여 디지털 신호를 얻고, wavelet 등의 변환을 거친 후 가장 계수가 큰 것만 모아 저장하

자연계에서 관찰되는 많은 신호가 어떤 변환을 통해 산재 신호가 될 수 있고, 이러한 신호들은 CS를 적용하여 적은 샘플로 신호를 압축/복원할 수 있음을 영상 신호를 예를 들어 설명

여 압축하는 방식이다(sampling-and-transform 방식). 쉽게 설명하기 위해 1차원 신호를 생각할 수 있다. 대역폭이 1KHz인 1초의 신호를 Nyquist rate으로 샘플할 경우, 2000개의 샘플이 얻어진다. 이 신호를 어떠한 변환을 통해 다시 표현할 경우, 오직 20개의 계수만 매우 큰 값을 갖는다고 가정하자. 이러한 전통적인 방식과 달리, 1초의 신호에서 바로 40개의 샘플만으로 변환된 산재 신호의 20개의 계수를 얻을 수 있다면, 당연히 매우 효율적인 방식이 될 것이다. 또한 압축을 하기 위한 하드웨어의 가격을 낮출 수 있어 획기적인 변화를 기대할 수 있다. 이러한 방식을 얻을 수 있는 이론적인 토대가 CS이다.

영상 등의 신호 압축 뿐만 아니라 CS는 다른 다양한 분야에 적용될 수 있다. 레이더 신호 처리에 응용된 CS 기법을 통해 아주 좋은 성능의 고가의 하드웨어 대



신 저가의 하드웨어로도 우수한 성능을 갖는 레이더를 설계할 수 있다. 또한 보다 높은 해상도를 갖는 레이더를 만들 수도 있다.

이 논문은 CS에 대해 설명을 하고, 어떻게 레이더 신호 처리에 이용될 수 있는지 살펴본다. 보다 더 자세한 내용을 알기 위해 관련 문헌 참조가 필요하다. 도움이 되는 중요한 개요 논문과 방대한 자료를 모아 놓은 web site는 다음과 같다.

- 참고 문헌 [6]: CS에 대해 많은 기여를 한 저자 (E.J. Candes)가 직접 쓴 CS 개요 논문이다.
- 참고 문헌 [2]: 짧지만 신호 처리의 지식을 갖춘 독자가 쉽게 CS를 이해하기 좋은 개요 논문이다.
- <http://dsp.rice.edu/cs>: 이 web site에는 주요한 논문 목록과 관련 software를 찾을 수 있도록 정리하였다.

**산재한 신호의 경우
underdetermined 시스템이
유일한 해를 가질 수 있음**

II. Compressive Sensing 개요

CS에 대해 이해하기 위해 먼저 산재한 신호(sparse signal)를 정의해야 한다. 임의의 N -차원 선형 공간을 가정하자. 산재한 신호는 이 공간의 벡터로 표현하는 경우, 이 벡터의 0이 아닌 계수의 값이 N 보다 매우 작은 K ($\ll N$) 이면, 이 신호 혹은 벡터를 K -sparse 신호라 한다. 예를 들어 $N = 100$ 이고 $K = 10$ 인 경우, K -sparse 신호는 10개의 계수가 0이 아닌 수이며, 나머지 90개의 계수는 모두 0인 경우다. 이러한 산재한 신호는 이 신호를 표현하는 기저(basis)와 관련이 있다. 어떤 벡터 공간의 신호를 표현하기 위해 사용되는 기저 또는 변환에 따라 신호가 산재할 수 있고, 아닐 수 있다. 예를 들어 시간 영역에서 상수 신호는 모든 시간에 대해 0이 아닌 값을 가지고 있다. 이런 신호는 산재 신호가 아니다. 하지만 Fourier 변환을 통해 주파수 영역에서 이 신호를 보면 주파수가 0에 대한 계수 값이 0이 아닌 다른 값을 갖고, 다른 주파수의 계수는 모두 0인, 주파수 영역에서 산재 신호이다. 또한

sine 또는 cosine 파형의 경우에도 같은 현상을 볼 수 있다.

보다 더 자세히 보기 위해 다음과 같은 신호를 정의하자.

$$y = Ax \tag{1}$$

위의 식에서 x 는 길이가 $N \times 1$ 인 산재 신호 벡터이다. A 는 $M \times N$ 센싱 행렬이다. 여기서 $M < N$ 이다. 이런 경우, y 로 x 를 결정하는 문제는 방정식 수가 변수의 수보다 적은 underdetermined 시스템이고 이 해의 수

가 무한히 많다. 간단한 예로, “ $10 = x_1 + x_2$ ”의 경우, 두 변수의 해는 무한히 많다. 하지만, x 가 K -sparse 신호라면 이 문제를 다르게 볼 수 있다. 단순히 $K =$

M 이고 x 에서 0이 아닌 값들의 위치를 알 수 있다고 가정하자. 그리고 0에 대응하는 A 행렬의 행 벡터를 제거한 행렬(이것을 \bar{A} 라 쓰자)을 이용하여 다시 시스템을 쓰면 다음과 같다.

$$y = \begin{matrix} Ax \\ \bar{A}x \end{matrix} \tag{2}$$

여기서 \bar{x} 는 0이 아닌 계수로만 이루어진 x 벡터이다. 이 경우, \bar{A} 의 크기는 $M \times M$ 이어서 쉽게 \bar{x} 를 결정할 수 있다. 다음과 같은 $M = 3, N = 4, K = 2$ 인 예로 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{12} & a_{24} \\ a_{31} & a_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

처음 시스템은 식 3개에 변수 4개로 underdetermined 시스템이지만 변수 가운데 2개(즉 x_2 와 x_3)가 0이면 식 3개에 변수 2개인 overdetermined 시스템이 된다.

이러한 단순한 예를 통해 보면, 식 (1)과 같이 일반적인 신호의 경우는 해결할 수 없지만, 산재 신호라면

다르게 되는 것을 알 수 있다. 하지만, 식 (2)로 가기 위해, 어떻게 x 벡터의 계수의 값이 0이 아닌 위치를 알아내어 \bar{A} 를 얻을 수 있는가에 대한 답이 있어야 한다. 이 의문에 대한 답을 보이기 전에 식 (1)이 현실적인 문제와 어떻게 관련되는지 먼저 살펴본다.

식 (1)에서 x 벡터는 산재 신호이다. 일반적으로 주어진 신호를 바로 산재 신호로 표현할 수 없다. 주어진 신호가 다음과 같다고 하자.

$$f = \Psi x$$

즉 우리가 관측할 수 있는 주어진 신호 f 는 Ψ 라는 알려진 행렬 (혹은 변환)을 통해 산재한 신호 x 벡터와 관련이 되어있다고 하

자. 신호 f 가 시간 영역의 신호라면 Ψ 는 역 Fourier 변환으로 보고, x 벡터는 주파수 영역에서 계수 벡터이다. 이러한 신호의 길이는 N 이라고 하자. 산재 신호는 K -sparse 신호이다. 신호 f 를 직접 얻어 x 벡터를 얻기 보다, 다음과 같이 신호를 통해 얻을 수 있다고 가정하자.

$$y = \Phi f \tag{3}$$

여기서 Φ 는 $M \times N$ 측량 행렬이다. 즉, 우리는 신호 f 가 아닌, 이 보다 훨씬 길이가 짧은 신호를 취득할 수 있다고 가정하자. 음성이나 영상 신호의 경우, Φ 는 일종의 analog-to-digital converter (ADC) 역할을 하는 장치로 생각할 수 있다. 하지만, M 이 N 보다 매우 작은 경우에서 일반적인 방식에서 필요한 샘플의 수 (즉, N) 보다 매우 적은 수의 샘플(즉, M)을 취하는 것으로 볼 수 있다. 이제 취득한 신호 y 와 산재한 신호 x 의 관계를 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y &= \Phi f \\ &= \Phi \Psi x \\ &= Ax \end{aligned} \tag{4}$$

여기서 $A = \Phi \Psi$ 이다. 즉 식 (4)는 식 (1)과 같이 됨을 볼 수 있다.

이제 식 (1)이 매우 중요함을 볼 수 있다. 크기 $M \times$

N 센싱 행렬 A 의 성질이 취득한 신호 y 에서 산재한 신호 x 를 추정하는데 중요한 역할을 한다. 이런 관점에서 센싱 행렬의 성질을 보기 위해 다음과 같은 상수를 정의할 수 있다.

$$(1 - \delta_K) \|x\|_2^2 \leq \|Ax\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|x\|_2^2 \tag{5}$$

여기서 δ_K 는 모든 K -sparse 신호 x 에 대해 위의 부등식을 만족하는 상수 가운데 가장 작은 상수이다. 이러한 상수를 isometry 상수라 한다. δ_K 이 0에 가까워지면 두 부등식의 좌·우항은 서로 접근한다. 이 경우

**산재 신호를 잘 추정하기 위해서는
센싱행렬이 RIP 조건을 만족해야 함**

센싱 행렬 A 은 신호 x 에 대한 정보를 거의 잃어버리지 않는 매우 좋은 센싱 행렬이다. 특히 M 이 작아도 이러한 성질이 유지된다

면 매우 좋은 센싱 행렬로 생각할 수 있다. 만약 행렬 A 가 식 (5)를 어떤 양의 정수 K 에 대해 만족한다면 K 차-Restricted Isometry Property (RIP)를 만족한다고 한다. 이러한 센싱 행렬 A 에 대해 다음과 같은 결과를 [5]에서 얻었다.

정리: 다음과 같은 최적화 문제에서

$$\min \|x\|_1 \text{ subject to } y = Ax \tag{6}$$

만약 A 가 $\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1$ 를 가지고 RIP를 만족한다면 이 해는 (해를 x 로 쓰면) 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} \|x^* - x\|_2 &\leq C_0 \frac{\|x - x_K\|_1}{\sqrt{S}} \\ \|x^* - x\|_1 &\leq C_0 \|x - x_K\|_1 \end{aligned}$$

여기서 x_K 는 x 의 K 개의 최대값들을 모두 0으로 한 벡터이다.

위의 정리에 따르면, 만약 x 가 K -sparse하면 (6)의 최적화는 정확한 해를 준다. 이러한 결과가 CS의 중요한 결과인데, 이 정리는 실제 식 (1)을 풀 수 있는 방법이 식 (6)의 최적화라는 것을 보여주고, 해를 얻기 위한 조건을 같이 보인다.

현실적으로 좋은 RIP 성질을 갖는 센싱 행렬 A 를 얻는 것이 중요하다. 이 문제는 좋은 측량 행렬 Φ 를 구

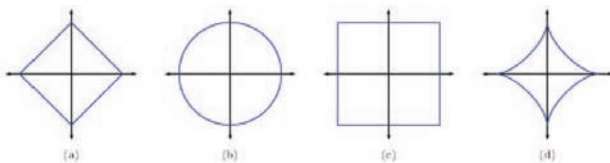
하는 것과 동일하다. 이러한 행렬을 잘 결정하는 것이 필요한데, A 가 랜덤하다면 좋은 RIP 성질을 갖을 수 있음이 알려져서^[3], 랜덤한 센싱 행렬 A 를 갖도록 측량 행렬 Φ 를 설계하는 것이 중요하다. 예를 들어, 신호를 랜덤한 시간에 샘플할 수 있다^[6]. 실제 Nyquist rate 보다 훨씬 적은 비로 취득하여도 신호를 복원할 수 있음을 볼 수 있다^[12].

일반적으로 랜덤한 센싱 행렬 A 에 대해 식 (6)과 같이 x 를 추정할 경우, 다음 조건이 만족되면 매우 높은 확률로 산재된 신호를 얻을 수 있음이 알려져 있다.

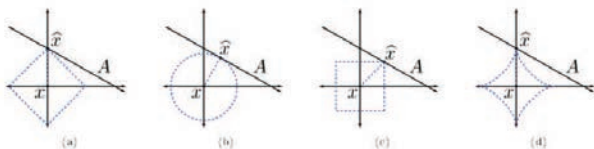
$$M \geq cK \log \frac{N}{K} \quad (7)$$

식 (7)을 만족하는 신호의 샘플 수, M 은 N 이 매우 커도 K 가 충분히 작으면 크지 않음을 알 수 있다. 또한 산재 신호의 경우 Nyquist rate이 샘플비를 정할 때 크게 의미가 없음을 알 수 있다.

위의 정리에 대한 증명은 [5]에 있다. 직관적으로 식 (6)이 어떻게 산재한 신호를 추정할 수 있는지 보기 위해 벡터의 크기를 정하는 l_p -norm에 대해 살펴볼 필요가 있다. 임의의 길이가 N 인 벡터 x 의 l_p -norm은 다음과 같이 정의한다.



〈그림 2〉 각 l_p -norm에 따른 2차원에서 원: (a) $p=1$, (b) $p=2$, (c) $p=\infty$, (d) $p=1/2$ (이 그림은 [4]에서 옮긴 것임)



〈그림 3〉 선형 제한 식에 따른 norm의 최소화: (a) $p=1$, (b) $p=2$, (c) $p=\infty$, (d) $p=1/2$ (이 그림은 [4]에서 옮긴 것임)

1) norm으로써 triangular 부등식을 만족하기 위해 이어야 한다.

$$\|x\|_p = \left(\sum_{n=1}^N |x_n|^p \right)^{1/p}$$

실제 norm으로 쓰려면 $p \geq 1$ 이어야¹⁾ 하는데 $p \geq 0$ 으로 확장한다. 각 norm에 따른 원의 모양을 2차원에서 보이면 〈그림 2〉와 같다. 즉, $\|x\|_p = 1$ 을 보이면 〈그림 2〉에 보이듯이 서로 다른 모양을 갖는다.

식 (6)에서 보이듯이 l_1 -norm의 비용함수의 모양은 〈그림 2〉 (a)와 같이 생겼다. 흔히 사용되는 l_2 -norm은 원이다. 일반적으로 $p \leq 1$ 인 경우 원의 모양은 축에서 점점 더 뾰족한 형태를 갖는다. 이제 식 (6)과 같이 선형 제한 식을 만족하면서 norm을 최소화하는 해를 찾는 문제를 생각해보자. 선형 제한 식을 직선으로 보이면 〈그림 3〉과 같이 예를 들어 볼 수 있다. 각 그림에서 \hat{x} 는 주어진 norm에 대한 해를 표시한다. 〈그림 3〉 (a)와 (d)의 경우, 산재된 해 ($\hat{x} = 0$ 이다)를 얻는 반면 〈그림 3〉 (b)와 (c)는 해가 산재 신호인 경우가 아니다. 이 예를 통해서 만약 산재된 벡터 또는 신호가

p가 1이거나 이 보다 작은 l_p -norm 최소화는 신호를 해로 잘 찾아냄

선형 제한 식을 만족하는 해가 되려면 p 의 값은 1이거나 이 보다 작아야 됨을 알 수 있다. 따라서 l_1 -norm 최소화는 CS에서 산재된 신호를 해로 얻기 위해 매우 중요한 역할을 한다.

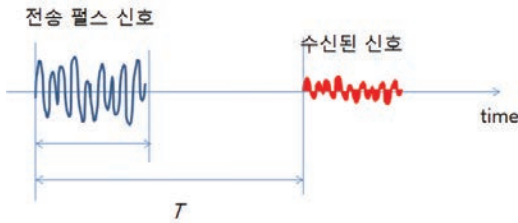
식 (6)의 문제의 해를 효율적으로 얻는 알고리즘이 필요한데, 다양한 방법들이 제시되었다. 이를 나열하면 다음과 같다: Basis Pursuit^[8], Homotopy 알고리즘^[10], Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)^[17], Least Angle Regression (LARS)^[11], Orthogonal Matching Pursuit (OMP)^[18] 등.

III. 레이더 시스템에 응용

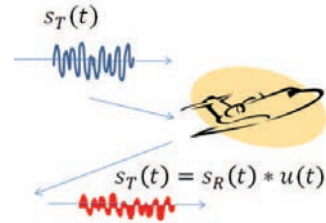
이 절에서는 간단한 레이더 시스템의 동작 예를 보이



〈그림 4〉 펄스 레이더의 동작: (a) 신호 전송, (b) 신호 반사, (c) 반사된 신호 수신



〈그림 5〉 전송 신호 및 수신 신호, 지연 시간 관계



〈그림 6〉 반사된 신호

고 CS가 어떻게 활용될 수 있는지를 보인다.

3.1 기본적인 레이더 동작

펄스-레이더 시스템은 동일한 안테나를 시분할로 송신과 수신에 같이 이용한다. 송신신호는 특정 주파수로 변조된 짧은 펄스로 특정 방향을 향해 전송한다. 이 때 안테나는 매우 지향성이 높다고 가정한다. 전송 후 안테나는 수신 모드로 전환되어 만약 반사파가 있다면 이를 수신한다. 만약 반사파가 존재하지 않는다면, 이 특정 방향에는 아무런 목표물 대상이 없는 것으로 간주할 수 있다. 반사파가 있다면, 이것은 전송된 펄스 신호가 목표물에 반사되어 되돌아 온 신호로 간주할 수 있다. 물론 목표물이 아닌 주위의 지형지물에 의해 반사되어 온 반사파일 수 있지만, 이는 이미 이전 레이더 동작에 의해 파악할 수 있는 산란된 신호(clutter)이므로 목표물에 의한 반사파와 충분히 구분될 수 있다.

레이더의 성능은 전송 펄스 신호와 시간 지연 추정에 영향을 받는다

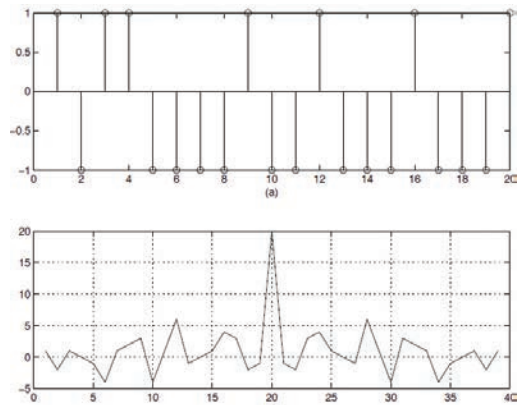
이러한 과정은 〈그림 4〉에서 보인다. 〈그림 4〉 (a)는 안테나에서 전송 신호를 보내는 경우이고, (b)는 물체에 이 전송된 신호가 반사되는 경우이며, (c)는 반사된 신호를 안테나를 통해 수신하는 경우이다.

전송된 신호가 목표물에 반사되어 온 시간을 얻을 수 있다면 이 목표물과 안테나 사이의 거리를 추정할 수 있다. 예를 들어, 송신된 신호와 수신된 신호의 관계가 〈그림 5〉와 같이 주어진다고 하자.

시간 지연을 T 라하면, 그 거리 r 은 다음과 같다.

$$r = \frac{cT}{2}$$

여기서, c 는 전파속도이다. 그리고 2로 나눈 이유는



〈그림 7〉 의사 잡음 신호 (a)와 상관함수 (b)

T 는 왕복 시간이기 때문이다. 이러한 과정은 목표물이 있을 수 있는 방향에 대해 순차적으로 진행하고, 계속 반복하여 훑어본다. 따라서 레이더의 성능은 전송 펄스 신호와 시간 지연 추정에 크게 영향을 받는다. 이러한 레이더 시스템에 CS가 어떻게 응용될 수 있는지는 다음 절에 보인다.

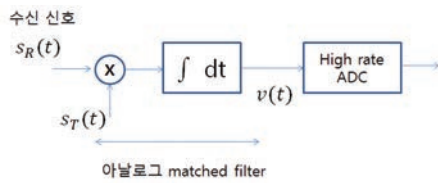
3.2 CS를 이용한 레이더 시스템

이 절에서 CS가 어떻게 레이더 시스템에 이용될 수 있는지 살펴본다. 기본적인 내용은 [1]를 참조하였다.

레이더의 송신 펄스 신호를 $s_T(t)$ 라 하자. 이 신호가 물체에 반사되어 되돌아오는 경우, 수신된 신호는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$s_R(t) = s_T(t) * u(t) = \int s_T(t-\tau)u(\tau) d\tau$$

여기서 $u(t)$ 는 물체가 가지고 있는 고유한 함수로 생각할 수 있다. 〈그림 6〉에서 반사된 신호와 전송된 신호의 관계를 보인다. $u(t)$ 는 물체의 임펄스 응답처럼



〈그림 8〉 레이더 수신기 구조

생각할 수 있다. 이 때 전송신호는 입력 신호이고, 반사된 신호는 출력 신호이다. 따라서 $u(t)$ 를 얻으면 물체의 특징을 알 수 있다고 생각할 수 있다 (위치, 속도, 그리고 물체의 모양 등). 따라서 이 함수를 추정하는 것이 중요하다.

물체의 고유한 특징을 갖는 함수 $u(t)$ 를 추정하기 위해 송신 신호를 다음과 같은 특징을 갖도록 설계할 수 있다.

$$s_T(t) * s_T(-t) \approx \delta(t) \quad (8)$$

이러한 성질을 갖는 신호는 의사난수(pseudo-random) 또는 의사 잡음(pseudo-random (PN)) 신호로 만들 수 있다. 그 예를 〈그림 7〉에서 보였다. 임의의 의사 잡음 수열이 〈그림 7〉 (a)와 같이 주어지면, 이 의사 잡음의 상관함수는 Dirac-delta 함수와 유사하고, 〈그림 7〉 (b)와 같이 보일 수 있다. 이러한 성질의 송신 신호라 가정하자. 수신 신호에다 송신 신호를 matched filtering을 하면, 그 출력 신호는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v(t) &= s_R(t) * s_T(-t) \\ &= s_T(t) * u(t) * s_T(-t) \\ &\approx \delta(t) * u(t) \\ &= u(t) \end{aligned} \quad (9)$$

결국 matched filter의 출력 신호는 물체의 고유한 함수의 근사가 된다. 이러한 레이더의 수신 과정을 〈그림 8〉에 보였다. 아날로그 matched filter는 송신 펄스 신호가 복잡하면 구현하기 어렵다. 사실 이러한 문제로 과거에는 송신 펄스 신호의 제약이 있었는데, 디지털 신호 처리기의 발전으로 아날로그 matched filter를 디지털 matched filter로 대체하면 이러한 문제를

해소할 수 있었다. 즉, 지금은 우수한 성능을 갖는 송신 펄스 신호를 사용할 수 있다. 이러한 경우는, 고속의 ADC로 신호를 먼저 샘플한 이후 디지털 matched filter를 이용하여 샘플된 $u(t)$ 를 얻을 수 있다.

궁극적으로 $u(t)$ 를 얻기 위해 레이더 신호 처리를 이용하여 우수한 수신 시스템을 설계하는 것인데, 이러한 시스템을 보다 낮은 복잡도로 구현하기 위해 CS를 쓸 수 있다. 이를 위해 $u(t)$ 가 산재한 신호이어야 한다. 이 신호는 시간 영역에서 산재할 필요는 없다. 이 신호는 어떤 특정한 변환에서 산재하면 된다. 하지만 쉬운 예를 위해 시간 영역에서 산재하다고 가정하자. 이 경우, $u(t)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u(t) = \sum_{k=1}^K a_k \delta(t - \tau_k) \quad (10)$$

여기서 a_k 는 임의의 τ_k 계수이고 τ_k 는 임의의 시간 지연이다. 이 함수는 높은 샘플 속도로 샘플 한다면 K -sparse 신호라 볼 수 있다. 이 경우 수신된 신호는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} s_R(t) &= s_T(t) * u(t) \\ &= \int s_T(t - \tau) u(\tau) d\tau \\ &= \sum_{k=1}^K a_k s_T(t - \tau_k) \end{aligned} \quad (11)$$

$s_T(t)$ 를 p 라는 PN 수열을 이용하여 만들었다고 가정하자. 편리를 위해 샘플된 후 신호를 생각하면 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$s_R = [p_0 \cdots p_{N-1}] a \quad (12)$$

여기서 p_n 은 n 지연 시간을 가지고 샘플된 PN 신호이다. 그리고 a 는 K -sparse 신호로 τ_k 번째 항은 0이 아닌 값(즉 a_k)을 갖고 다른 값은 모두 0이다. 여기서 $[p_0 \cdots p_{n-1}] = \Psi$ 로 쓰면 수신된 신호 s_R 은 Ψ 와 같음을 알 수 있다. PN 신호로 만들어진 Ψ 이므로 랜덤하게 M 개의 샘플을 $s_R(t)$ 로부터 취득하면 취득된 신호를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y = \bar{\Psi}a \quad (13)$$

여기서 $\bar{\Psi}$ 는 Ψ 에서 M 개의 랜덤하게 샘플한 시간에 부합하는 행벡터로 이루어진 행렬이다. 이러한 행렬은 PN 수열 p 에 따라 랜덤한 특성을 가지고 있고 좋은 RIP 성질을 가질 수 있다. 따라서 적은 수의 샘플만으로도 원하는 K -sparse 신호 a 를 추정할 수 있다.

이 외에도 CS는 레이더 시스템에 다른 방식으로 이용될 수 있다. [14]에서는 분산된 송신 안테나가 각각 다른 협대역 신호를 전송하여 여러 목표물의 검출을 한다. 여러 목표물의 수가 만약 충분히 작다면 수신된 신호는 angle-range-Doppler 공간에서 산재한 신호가 된다. 따라서 적은 수의 샘플로도 CS를 이용하여 목표물들을 angle-range-Doppler 공간의 산재 신호로 나타내고, 이를 추정할 수 있다. 이와 유사한 연구는 [7]에서도 제시되었다. 목표물들을 2차원 시간-주파수 공간에서 산재한 신호라 보고, 이 목표물의 수가 이산화된 (discretized) 2차원 시간-주파수 공간의 점의 수보다 작은 경우에 대해, 고해상도 영상처럼 목표물을 2차원 공간에서 찾고 보이는 CS 방법은 [13]에서 제시되었다. 이러한 연구는 CS가 영상 복원에 응용된 것과 유사한 특징을 가지고 있다. 다만 다른 것은 다차원 신호 공간이 시간-주파수 또는 angle-range-Doppler로 대체되어 목표물의 위치 및 속도 등 레이더에 필요한 정보로 나타나게 한 것이다.

IV. 결론

CS는 2006년도 처음 발표된 이후 매우 광범히 연구되고 다양한 분야에 적용되고 있다. 물론 CS에 관련된 이론은 2006년 이전에도 있었으나 산재된 신호를 정확히 복원할 수 있는 다양한 조건들이 알려지면서 보다 더 많은 관심을 받으면서 활발히 연구되어지고 있다. 이러한 활발한 연구의 배경에는 자연계의 많은 신호들이 어떠한 변환을 통해 산재된 신호로 근사될 수 있다는 사실에 있다. 즉, 관측되는 신호들이 매우 밀도 높아 보이지만 어떠한 변환을 거치면 소수의 계수들만

매우 높은 값을 갖게 되어, 산재된 신호로 근사될 수 있다는 것이다. 해안선이나 얼음입자의 구조 등 복잡해 보이는 현상도 실제로는 매우 단순한 시스템으로 설명될 수 있다는 fractal 이론과 유사한 점이 있다. CS는 매우 적은 수의 신호 샘플을 통해 변환 뒤에 숨겨진 산재된 신호를 찾게 도와준다. 영상 압축이나 이 논문에서 설명된 레이더 신호 처리에 응용될 수 있다. 더 나아가 CS는 지금까지 생각하지 못한 분야에도 적용될 수 있을 것이며, 궁극적으로 신호란 무엇이기에 대한 의문에 한 걸음 더 나아가는 답을 찾도록 도와줄 수도 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] R. Baraniuk and P. Steeghs, "Compressive radar imaging," in Proc. 2007 IEEE Radar Conf., pp. 128-133, Apr. 2007.
- [2] R. Baraniuk, "Compressive sensing," IEEE Signal Processing Magazine, 24(4), pp. 118-121, July 2007
- [3] R. Baraniuk, M. Davenport, R. DeVore, and M. Wakin, "A simple proof of the restricted isometry property for random matrices," Const. Approx., vol. 28, no. 3, pp. 253-263, 2008.
- [4] R. Baraniuk, M. A. Davenport, M. F. Duarte, and C. Hegde, An Introduction to Compressive Sensing, Connexions (Lecture Notes), 2011.
- [5] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE Trans. on Information Theory, 52(2) pp. 489-509, February, 2006.
- [6] E. Candes and M.B. Wakin, "An Introduction to Compressive Sensing," IEEE Signal Processing Magazine, 25(2), pp. 21-30, March 2008
- [7] C.-Y. Chen and P.P.Vaidyanathan, "Compressed sensing in MIMO radar," Signals, Systems and Computers, 2008 42nd Asilomar Conference on, vol., no., pp.41,44, 26-29 Oct. 2008



- [8] S.S. Chen, D.L. Donoho, M.A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," SIAM J. Sci. Comput., Vol.20, No.1, pp.33-61, 1998.
- [9] David Donoho, "Compressed sensing," IEEE Trans. on Information Theory, 52(4), pp.1289-1306, April, 2006.
- [10] D. L. Dohono and Yaakov Tsaig, "Fast solution of L1-Norm Minimization Problems When the Solution May Be Sparse," IEEE Trans on Information Theory, Vol.54, No.11, pp.4789-4812, 2008.
- [11] B. Efron, T. Hastie, I. M. Johnstone, and R. Tibshirani, "Least angle regression," Ann. Statist., Vol.32, No.2, pp.407-499, 2004.
- [12] Y. C. Eldar and T. Michaeli, "Beyond bandlimited sampling," IEEE Signal Processing Magazine, vol.26, no.3, pp.48,68, May 2009
- [13] M.A. Herman and T. Strohmer, "High-Resolution Radar via Compressed Sensing," IEEE Transactions on Signal Processing, vol.57, no.6, pp.2275,2284, June 2009
- [14] A. P. Petropulu, Y. Yu, and H. V. Poor, "Distributed MIMO radar using compressive sampling," in Proc. 42nd Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, Nov. 2008, pp. 203-207
- [15] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise", Proc. Institute of Radio Engineers, vol. 37, no.1, pp. 10-21, Jan. 1949.
- [16] D.S. Taubman and M.W. Marcellin, JPEG 2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice. Norwell, MA: Kluwer, 2001.
- [17] Rober Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the LASSO," Journal of the Royal Statisical Soceity. Series B (Methodological), Vol.58, Issue 1, pp.267-288, 1996.
- [18] J. A. Tropp, "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 50, pp. 2231-2242, 2004.



최진호

- 1989년 서강대학교 학사
- 1991년 KAIST 석사
- 1994년 KAIST 박사
- 현재 광주과학기술원 정보통신공학부 교수

〈관심분야〉

무선통신, 통계신호처리

압축센싱과 영상처리 응용

I. 개요

모든 신호처리에서 가장 먼저 시작되어야 할 과정은 아날로그 신호를 디지털화하는 것인데, 디지털 데이터를 획득하기 위한 이 과정을 표본화 (또는 Sampling) 라고 한다. 샘플링 과정은 반드시 아날로그 신호에만 적용되는 것으로 한정할 필요는 없이 좀 더 포괄적으로 이미 디지털화 되어 있는 데이터라도 표본화주파수를 높이거나 (interpolation/up-sampling/upscaling), 또는 낮추는 (decimation/down-sampling/downscaling) 과정까지 같이 포함시켜 생각할 수 있다. 데이터 획득의 효율화를 위하여는 되도록 적은 수의 샘플만을 취하더라도 원 신호를 충실하게 얻어낼 수 있도록 하는 것이 바람직하다. 이 문제는 20세기 초반부터 많은 연구자들의 주목을 받아왔고 마침내 이를 이론적으로 체계화하여 지금까지 신호처리의 가장 기본적인 이론으로 배우는 것이 바로 Shannon/Nyquist의 표본화정리이다. 즉, 대역 제한된 신호라면 그 신호가 가지고 있는 최대 주파수 보다 2배 더 높은 (표본화) 주파수로 표본화 한다면, 그렇게 얻어진 샘플 신호들로 부터 원 신호의 정확한 값을 복원해 낼 수 있다는 것으로써, 이 표본화 정리는 말로 지금의 정보화 시대를 가능케 하는 가장 중요한 이론이다. 그러나, 전자공학도라면 누구나 당연한 신호처리의 출발조건으로 알고 있는 이 Shannon/Nyquist 표본화정리를 만족하는 표본화 주파수보다 더 적은 수의 표본화 주파수로 신호를 획득 하더라도, 원 신호가 일정한 조건을 만족하는 성긴(sparse) 신호라면 손실 없이 원 신호의 완벽한 복원이 가능함을 수학적으로 증명한 것이 압축센싱 (CS: Compressed Sensing)의 핵심이다^[1-2]. 지난 근 100년간 전자공학의 여러 이론과 응용의 기본 출발점이 표본화 정리인 바로 그 이유인 것과 같이, 압축센싱 기술을 이용하면 표본화주파수를



전 병우
성균관대학교
전자전기공학부

더욱 낮출 수 있어 시스템을 간단히 하거나 처리 속도를 빠르게 할 수 있으므로 압축센싱 이론의 발전과 다양한 문제에 이를 활용하기 위하여 많은 연구가 수행되고 있다^[3]. 특히 획득하고 처리하여야 할 데이터량이 매우 많은 영상 처리 문제의 경우 다양한 응용에 CS를 활용할 여지가 매우 많아 더욱 활발한 연구개발이 이루어지고 있는데, 이런 측면에서 압축센싱 이론을 영상획득에 적용한 단일 화소 카메라^[4] 구현 데모는 많은 사람들의 주목을 받은바 있다. 그러나, 본격적인 CS의 실용화까지는 해결하여야 할 문제가 아직 많은 상태여서, 많은 연구자들의 도전과 관심이 요구되는 분야이기도 하다. 본 고에서는 한정된 지면상 CS 이론 자체에 대한 상세한 내용은 본 학회지의 다른 원고 및 개개의 관련 학술 논문을 참조하기로 하고, 주로 압축센싱을 영상신호처리에 적용하는 문제들을 개괄적으로 이해하고 압축센싱 기술을 영상처리 분야에 적용한 몇가지 예들을 살펴보기로 한다.

II. 신호의 압축센싱과 복원

일반적으로 신호의 획득은 <그림 1>에 나타난 것과 같이, ADC (Analog to Digital Converter)에 의하여, 그리고 그 역과정은 DAC (Digital to Analog Converter)에 의해 수행된다. 이와 마찬가지로 압축센싱 역시 크게 센싱과 복원의 두 과정으로 구성된다. 압축센싱 기술의 영상신호 처리를 이해하기 위하여 이 두 과정에 대한 매우 개괄적인 이해를 해보기로 한다.

(1) 신호의 압축센싱

압축센싱의 가장 중요한 출발점은 아마도, “성긴 (sparse) 신호의 경우 i.i.d. Gaussian 램덤 센싱 행렬과 같은 일정 성질을 만족하는 센싱 행렬을 이용하여



<그림 1> 신호의 샘플링과 압축센싱의 비교

식 (1)과 같이, 신호를 압축표본화 (즉, 센싱) 하더라도, 원 신호를 손실 없이 복원해 낼 수 있다”는 것을 체계적으로 밝힌 D. L. Donoho 의 논문일 것이다^[1].

$$y = \Phi x \quad (1)$$

식 (1)에서 x 는 실수 값을 가지는 원 (영상) 신호를 일차원 벡터로 표시한 $N \times 1$ 행렬이고, y 는 입력신호 x 를 센싱 행렬 Φ 를 사용하여 선형적으로 측정된 획득신호를 일차원 벡터로 표시한 $N \times 1$ 행렬이다. 식 (1)을 이용하는

압축센싱 영상획득은 시스템 간략화 및 고속화를 가능 하게 함

압축센싱에서, 원 영상신호를 구성하는 “화소”수에 해당하는 N 과, 측정된 획득신호의 차원인 M 간에는 $M \ll N$ 의 관계가 있기

때문에 “압축 (Compressed 또는 Compressive)” 이라는 용어가 사용되며, 신호 획득의 의미로 통상적으로 사용하는 표본화 (sampling) 라는 용어 대신 센싱 (Sensing) 이란 용어가 널리 사용된다. 이때, M/N 의 비율을 subrate 또는 측정율 (measurement rate) 이라고 부른다. 여기서, 성긴 신호라는 것은 주어진 신호벡터를 구성하는 벡터 요소 (element)들의 상당수가 zero 값을 갖는 것을 말한다. 좀 더 정확히 말하면 주어진 신호벡터의 요소들이 최대 K 개까지만 non-zero 값을 갖는 신호벡터를 K -sparse 하다고 한다. 자연계의 일반적인 신호는 그 자체로 K -sparse 하지 않더라도, 특정 영역으로 신호변환을 하였을 경우 에너지가 몇 개의 축으로 집중되기 때문에 성긴 신호가 될 수 있다. 또한, 신호가 정확히 K -sparse 하지 않더라도 몇 개의 큰 값을 갖는 요소들을 제외하고 나머지는 매우 작은 크기만을 갖는다면, 이를 zero 값으로 간주하는 K -term 근사화 (Approximation)를 할 수 있다. 이렇게 특정 변환영역에서 신호를 K -term 근사화 할 수 있는 신호를 Compressible 신호라고 한다. 영상신호의 경우 DCT (Discrete Cosine Transform) 또는 WT (Wavelet Transform) 등을 사용하여 신호 변환하였을 경우 우수한 신호 에너지 집중화 현상으로 인하여 성긴 신호의 특성이 매우 잘 나타나므로, Compressible 신호의 아주 좋은 예가 된다. 한편, 주어진 신호를

성긴 신호로 변환하는 것을 희소화 (sparsification) 문제라고 하며, 이를 위한 변환을 특별히 sparsifying matrix 라고 부른다. 주어진 원 신호 x 가 Compressible 하다고 할 때, 희소화를 위한 변환을 Ψ 라고 하면 식 (2a)와 같은 관계가 형성된다.

$$x = \Psi \alpha \quad (2a)$$

여기서 α 는 희소화 변환 후 얻어진 성긴 신호를 나타낸다. 즉, 원 영상 x 자체를 압축센싱하는 대신, 신호 x 를 변환영역에서 본 α 는 성긴 신호의 특징을 잘 보이므로, α 에 대하여 압축센싱을 수행하는 것이다. 따라서, 원래의 압축센싱을 나타내는 식 (1)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \alpha \quad (2b)$$

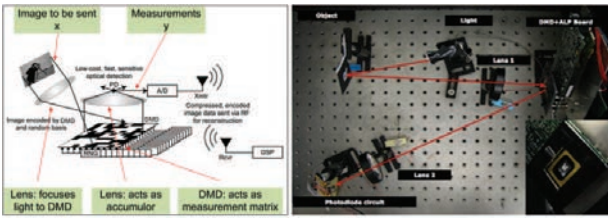
여기서($\Phi \Psi$) 자체를 새로운 센싱 행렬로 보면, 식 (2b)는 결국 식 (1)과 결국 동일한 형태가 된다. 따라서, 변환영역에서 압축센싱을 하던지 원 신호 영역에서 압축센싱을 하던지에 상관하지 않고 일반적으로 식 (1)만을 사용하여 압축센싱의 이론 전개가 가능하므로, 이후의 설명에서는 식 (1)을 기준으로 하기로 한다.

전통적인 표본화 개념은 획득하고자 하는 데이터가 표현하는 “정보”는 전혀 고려하지 않고 단순하게 그 신호의 값만을 취하는 개념인데 반하여, 압축센싱에서는 획득되는 데이터 및 이 신호의 성긴 (Sparse) 성질까지 고려하여 원 신호의 획득되는 신호의 량을 좀 더 적게 하되 원 신호가 지니고 있는 정보는 결국 최종적으로 손실 없이 (또는 일정 손실 이하로) 복원해 낸다는 아주 미묘한 차이를 구분하기 위하여 샘플링이라는 용어보다는 센싱(Sensing) 이라는 용어를 사용하고 있다. 센싱과정을 보여주는 식 (1)에서 Φ 는 측정 행렬 (measurement matrix) 또는 센싱 행렬 (sensing matrix)이라고 불리우는 $N \times M$ 행렬인데, 통상 Gaussian Random 행렬을 많이 사용한다. 그러나, DCT, Wavelet 또는 여타의 변환행렬을 사용하는 것도

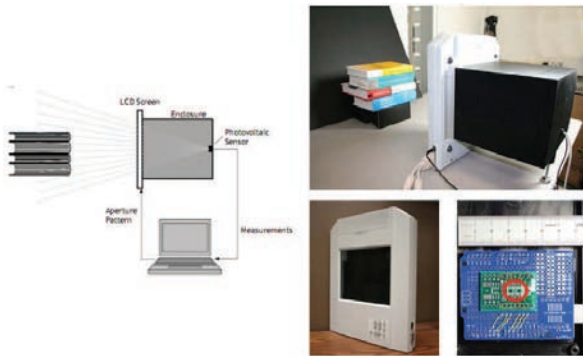
가능하다. 따라서, 어떠한 측정행렬을 사용하는 것이 좋은 지의 문제는 압축센싱분야의 중요한 또 하나의 연구분야이다. 이에 대한 몇가지 연구사례들을 예로 들자면, 랜덤 대칭 신호, 하다마드, 랜덤 바이너리 또는 세미-하다마드 구조를 갖는 베르누이 행렬 구조를 갖는 센싱 행렬을 사용하거나^[5], 센싱 행렬과 희소화 (sparsification) 기저 행렬 간의 상호 상관성이 매우 낮아야 한다는 이론에 따라 기존에 미리 정의된 센싱 행렬을 사용하는 대신, 학습 및 최적화를 통해 적응적 센싱 행렬을 사용하는 방법^[6], 또는 압축센싱 복원에 사용하는 센싱 행렬을 딥러닝 학습 기반 방법으로 산출하여 적용하는 방법^[7]들이 개발된 바 있다. 특히, 획득하여야 할 데이터량이 매우 큰 영상신호의 경우, 입력신호의 성질을 효과적으로 활용할 수 있는 센싱 행렬의 설계를 위하여 여기에 소개된 몇가지 방법 이외에도 매우 다양한 접근방법들이 연구되고 있다.

일반적으로, 획득할 영상신호와 이에 대한 측정신호를 일차원화 하여 벡터 x 및 y 를 구성하기 때문에 N 과 M 의 값은 매우 크다. 따라서, $N \times M$ 의 측정행렬 Φ 역시 매우 큰 행렬이 되어 이를 저장하기 위한 메모리량도 매우 크고 이를 처리하여야 할 시스템의 복잡도도 커지게 된다. 이런 문제에 착안하여 센싱 행렬에 어느 정도의 구조성을 지니게 하여 센싱 행렬의 크기를 보다 작게 구성하도록 하는 것이 구조화된 센싱 행렬(Structured Sensing Matrix) 접근법이다. 일례를 들면, Rice 대학 연구팀에서는 Kronecker 곱셈 연산을 사용하여 큰 크기의 센싱 행렬을 작은 센싱 행렬 몇 개로 표현하도록 하여 이 문제를 저감시켰으며^[8], Bonn 대학 연구팀은 기존의 $M \times N$ 형태의 랜덤 계수를 갖는 센싱 행렬 대신, 한 개의 벡터에 대한 기저만 정의하고 나머지 행은 circulant 또는 Toeplitz 행렬이 되도록 이 기저 벡터를 이동시켜 얻어지는 센싱 행렬을 제안한 후, 이러한 구조화된 센싱 행렬을 사용함으로써 센싱 행렬의 생성을 매우 빠르게 할 수 있을 뿐 아니라 해당 센싱 행렬은 역푸리에 변환, 랜덤 계수 크기 변환 및 푸리에 변환 3가지의 행렬 형태로 분리가 가능하다는

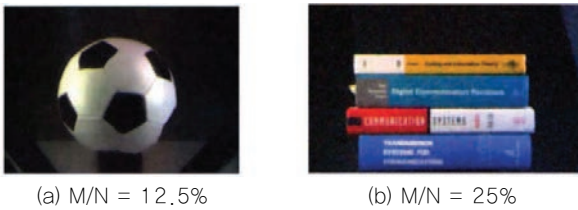
고효율 영상신호 압축을 위해 구조화된 센싱행렬의 연구가 진행되고 있다



〈그림 2〉 단일 화소 카메라 개념도와 실제 구현된 구조^[4]



〈그림 3〉 두 개의 광센서를 이용한 스테레오 카메라 개념도와 실제 구현된 구조^[10]

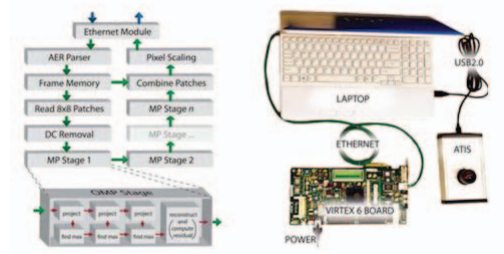


〈그림 4〉 두 개의 광센서를 이용한 스테레오 카메라에 의해 얻어진 한 쪽 영상^[10]

것도 보여주었다^[9]. 한편, 압축센싱을 영상에 적용한 실제 구현예를 살펴보면 다음과 같다.

Rice 대학에서는 DMD (Digital mirror device)에 난수 (random number)를 가하는 방식으로 센싱 행렬을 구현한 단일 화소 카메라 데모를 하였다^[4]. 〈그림 2〉에 보이는 것처럼 렌즈를 통하여 집광된 원 영상신호 x 는 DMD를 통하여 난반사 (난수에 의해 결정되는 DMD의 반사각도에 의함) 되고 이 빛은 다시 수광용 렌즈로 흡산된 후 결국 하나의 광다이오드에 의하여 측정되는 형태이다.

또한, Bell Labs 에 의하여 발표된 또 다른 영상신호에 대한 압축센싱 적용 예는 〈그림 3〉과 같다. 이 구현예에서는 렌즈를 사용하는 대신 LCD 스크린에 랜덤행렬에



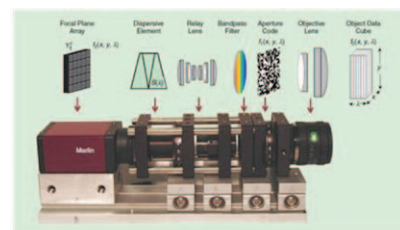
〈그림 5〉 FPGA로 구현한 실시간 압축센싱 복원 하드웨어 구조^[11]



〈그림 6〉 FPGA로 구현한 실시간 압축센싱 복원 하드웨어 구조^[11]

해당하는 신호를 가해 LCD스크린의 편광을 랜덤하게 조정하도록 하고, 이를 통하여 특정 위치에서 LCD 스크린을 통해 입광되는 빛을 ON/Off 시키는 구조이다. LCD 스크린에 가해지는 랜덤 패턴에 의하여 각 화소 위치별로 영상신호를 나타내는 입사광의 통과여부가 on/off 되는데 바로 이것이 식 (1)을 구현한 것에 해당한다. LCD 스크린을 통과한 영상신호는 마침내 두 개의 광센서로 검출된다. 두 개의 광센서는 좌우 스테레오를 구현하기 위한 것이므로, 이 구조 역시 단일 화소 카메라 라고 할 수 있다. 이 압축센싱을 이용한 영상시스템에 의하여 얻어진 영상의 예가 〈그림 4〉에 나타나 있다.

Johns Hopkins 대학에서는 FPGA를 활용한 Orthogonal Matching Pursuit 알고리즘 기반 실시간 압축센싱 복원방법을 〈그림 5〉와 같이 구현하였다. 기본적인 동작원리는 원영상을 8×8 크기의 patch로 나누는 다음 각각의 patch에 대해 병렬로 CS 복원을



〈그림 7〉 Hyperspectral 영상의 압축센싱을 위한 하드웨어 구조^[12]

수행하는 것인데, QVGA급 영상(304×240)에 대해 125MHz에서 28FPS 영상 복원이 가능하다. 이로써 얻어진 복원 영상에 대한 예는 <그림 6>과 같다.

Duke 대학에서는 <그림 7>과 같이 Coded Aperture를 활용한 랜덤 센싱 구조에서 Coded Aperture와 CCD센서 사이에 분광을 위한 prism을 추가하여 Hyperspectral 영상을 위한 Compressive Coded Aperture Spectral Imaging(CASSI) 하드웨어를 구현하였다. 기존의 시스템에서는 각 센서에 의해 Coded 영상정보만 센싱 가능 하였던 것에 비해, CASSI는 CCD센서의 각 pixel에 입사되는 빛의 스펙트럼 대역이 무엇인지 알 수 있기 때문에 압축센싱 기반의 Hyperspectral 영상 처리에 대한 응용이 가능하다.

(2) 압축센싱된 신호의 복원

식 (1)에서 보면 $M \ll N$ 의 관계가 있으므로 y 로부터 x 를 복원해 내는 것은 무수히 많은 해가 있어 압축센싱된 신호의 복원은 일반적으로는 유일한 해를 찾을 수 없는 ill-posed 문제가 된다. 그러나, 원 영상신호 x 가 성긴 (sparse) 신호일 경우, 성김 (sparsity)을 만족하는 측정값 하에서는 완벽한 신호 복원이 가능하다. 압축센싱된 적은 수의 샘플 데이터로부터 원 영상을 충실히 복원하기 위하여는 다양한 최적화 기법들이 필요하며, 이를 위하여 L1 optimization^[13], Orthogonal Matching Pursuit (OMP)^[14], Gradient Projection Sparse Reconstruction (GPSR)^[15]와 같은 많은 압축센싱 복원 알고리즘들이 개발되었다. 이런 다양한 알고리즘들은 대체로 Convex Optimization 기법과 Greedy pursuit 기법으로 분류될 수 있는데, Convex Optimization 기법은 복원 과정에서 높은 계산 복잡도를 요구하지만^[14] Greedy pursuit 기법은 신호 복원 시 높은 정확도와 상대적으로 빠른 신호 복원능력 때문에 비교적 많이 사용되고 있다. 대부분의 Greedy pursuit 기법들은 크게, 최선의 해를 찾기 위한 반복적인 복원 과정과 신호와 잡음을 분류하기

위한 문턱값 적용이라는 두 단계의 과정을 수행한다. 따라서, 이 기법 역시 다른 방법들과 비교하여 상대적으로 낮은 복잡도를 가질 뿐, 아직도 그 자체로 여전히 높은 복잡도를 지닌다. 따라서, 복원 알고리즘의 복잡도 감소화는 실용화를 위한 중요한 연구주제이다. 위에서 이야기한 두가지 기법 이외에도 복원할 화소값의 prior 확률을 설정한 후, Posterior 확률을 최대화하는 방향으로 미지수를 찾아가는 Bayesian 프레임워크를 이용하는 기법과 다양한 휴리스틱을 이용하는 기법들도 개발되어 있다.

한편, 최적 복원을 위하여는, 얻어지는 복원 영상의 “적합도”를 측정하여야 할 필요가 있는데, 이를 위하여 최근 많이 사용되는 것이 Total variation (TV)을 정규화항으로 설정하여 최소화하는 것이다^[16-18]. 이 방법은 ill-posed 의 성질을 지니는 압축센싱의 복원문제에 복원 신호의 total variation (TV)이 최소화 되도록 한다는 추가의 별도 조건을 인가하는 것이다. TV 기반 방법은 일반적으로 복원된 영상의 에지 (edge)를 충실하게 복원하면서도 비교적 우수한 CS 복원성능을 보이는 것으로 알려져 있지만, TV 기반 복원 방법이 당초 Piecewise linear function을 가정하여 개발된 바, TV 적용 복원 방법은 원치 않는 계단 형태의 영상 결함을 발생시키기도 한다. 이런 문제를 완화하기 위하여 Spatial 또는 Gradient 영역에서 비국부적 (non-local) 정규화항을 추가로 사용하도록 하는 연구가 진행된 바 있다^[18]. 이 연구의 비국부적인 복원 구조는 특히, 공간적인 영역에서 관찰되는 영상 구조와 Gradient 영역에서 관찰되는 영상구조 간에 차이가 있다는 점에 주목하여, 수평, 수직 변화 방향별로 별도의 정규항을 사용하는 비국부적 (non-local) 정규화 방법을 제안한 것이다. 기존 방법들에서 사용한 공간 정규화 방법은 다음과 같이 표현된다.

$$\|F - NL(F)\|_p^p$$

여기서 F 는 복원되는 영상을, $NL(\cdot)$ 은 비국부적

복원알고리즘의 복잡도를 줄이는 문제는 중요하다. 영상 복원을 위해 Total variation (TV)을정규화항으로 설정하여 최소화 하기도 한다

(Non-local) 평균 연산자를 의미하고, p 는 2로 설정된다. 이것은 기본적으로 원본 영상과 잡음 영상간의 비국부적 영상 구조가 유사함을 근거로 하여 화소공간상에서의 에러($F-NL(F)$)를 최소화하는 것이다. 그러나, Gradient 영역에서도 비국부적 구조가 존재함에 착안하여 설계된 Gradient 비국부적 정규화 방법은 다음과 같다.

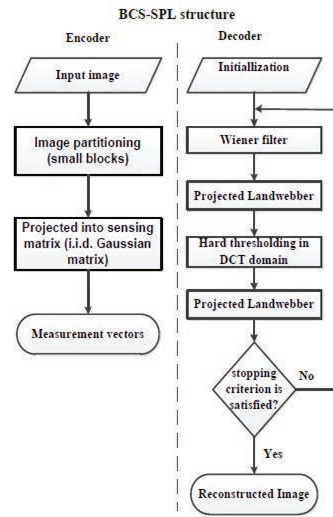
$$\| \nabla F - NL^*(\nabla F) \|_p^p$$

지금까지의 Gradient 기반 정규화방법들은 수평, 수직 방향 Gradient 간에는 높은 연관성이 있음을 가정하여 왔으나, 이 연구^[18]에서 관찰한 실험결과에 의하면 이는 일반적이지 않으며, 오히려 몇몇 경우에는 상호간의 연관성을 찾기가 힘들다는 실험결과에 착안하여 수직-수평 Gradient 방향별로 별도의 Gradient 기반 정규화 항을 사용하는 것을 제안한 것이다.

(3) 압축센싱의 복잡도 감소를 위한 블록기반 CS 복원

압축센싱기술을 영상처리에 적용함에 있어서 관심을 기울여야 할 분야 중 또 하나는 복원방법의 계산량을 감소시키는 문제이다. 특히, 영상의 고해상도화에 따라 화소수가 점점 더 많아지는 추세이므로 원영상의 화소수를 말하는 N 값과 원신호를 압축센싱하여 얻어진 측정데이터 (measurement data)의 양을 말하는 M 은 일반적으로 매우 큰 숫자이다. 압축센싱의 신호센싱 및 복원 복잡도를 줄이기 위한 방법으로, 압축센싱(또는 복원)을 영상프레임 단위로 하는 것이 아니라 매 영상프레임을 작은 단위 블록으로 나눈 후, 블록 크기와 측정율에 따라 설정된 센싱 행렬을 식 (1)에 따라 각 블록들에 순차적으로 적용하는 블록기반 압축센싱 (BCS: Block-based Compressed Sensing) 기술이 개발되었다^[19]. 블록 기반 압축센싱은 프레임 기반 압축센싱에 비해 메모리 문제 및 복잡도가 현저히 낮다는 장점 때문에 압축센싱-복원을 구현하기 위하여 많이 사용되고 있지만, 각 블록마다 다른 희소성(Sparsity)에 따라 복원 영상

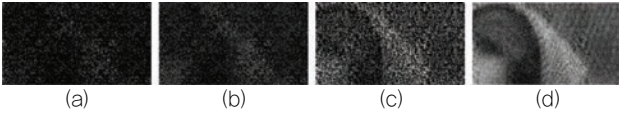
복원 알고리즘의 계산량을 줄이기 위해, 블록 기반의 신호처리 기법들이 연구되고 있다



〈그림 8〉 블록기반 압축센싱과 복원 (BCS-SPL)^[20]

블록별로 화질 열화 정도가 다를 수 있으므로, 복원 영상 블록 경계들간에 블록화 현상이 현저하게 보이는 문제점이 생길 수 있다. 따라서, 블록기반 CS 복원을 사용하면서도 동시에 복원 영상의 화질을 향상시키는 복원 방법의 개발을 위한 연구들이 매우 중요하다. 물론 블록화 현상의 발생원인과 제거방법은 전통적인 블록 변환 압축방법에서 이미 오랫동안 다루어진 문제이고, 당초의 BCS 기술과 결부되어 이런 문제를 개선하기 위하여, Smooth Projected Landweber (SPL) 기법이 추가로 적용된 BCS-SPL 방법^[20]이 개발된 바 있다. 이 BCS-SPL 방법을 사용하면, 종래의 영상프레임기반 기술과 비교하여 상대적으로 더욱 간단하고 빠르게 압축센싱 및 복원을 할 수 있으며, 또한 압축센싱 및 복원과정에 소요되는 저장 공간도 줄일 수 있다. 하지만 기존의 블록 변환 압축방법에서와는 틀리게 블록의 희소성 정도와 직접적으로 연관되어 발생하는 압축센싱에서 발생하는 블록화 현상에 대하여 그 원인과 성질을 분석한 후 이에 따른 최적의 해결책을 명확히 제시한 연구는 아직 많지 않은 상태이다. 〈그림 8〉은 BCS-SPL 알고리즘 구조를 나타낸다.

SPL 복원 방법은 소정의 종료 조건들을 만족시키기



〈그림 9〉 CS 복원에서 IHT과정 적용의 예시 (a) 측정율 = 0.1로 획득된 CS 측정영상 (b) (a)영상의 CS 복원시 hard thresholding 적용한 후 얻어진 결과 (c) 측정율=0.5로 획득된 CS 측정영상 (d) (c)영상의 CS 복원시 hard thresholding 적용한 후 얻어진 결과

전까지 Wiener 필터링, Projected Landweber (PL), 하드 문턱 값 (IHT: Iterative Hard Thresholding) 적용을 반복적으로 수행한다.

여기서 Wiener 필터는 공간 영역에서 신호 내 잡음과 blocking artifact를 제거하고, PL 과정은 신호를 원 영상으로 복원한다.

또한 IHT 과정은 복원되고 있는 영상신호내의 잡음 정도를 변환 도메인에서 추정하고, 이 추정된 값보다 작은 값을 가지는 복원 영상 계수들을 0으로 설정하여 복원 신호의 성김도(Sparsity)를 증가시킨다. CS 복원에서 IHT과정의 역할은 〈그림 9〉에 나타나 있는데, Thresholding을 적용하여 성김도를 높임으로써 현저하게 개선된 CS 복원 영상이 얻어짐을 볼 수 있다. 그러나 substrate 가 매우 낮은 경우 (예: 0.1), CS 복원 영상의 화질은 매우 떨어지는 것도 볼 수 있는데 이는 너무나 적은 수의 데이터만이 획득되기 때문에 CS 복원화질을 좋게 할 상당히 많은 정보를 소실하였기 때문이다.

IHT 알고리즘은 실용적으로 적용하기 쉽고 빠르며, 복원 성능 또한 우수하기 때문에 압축센싱에서 널리 사용되고 있는 알고리즘이지만, IHT 알고리즘을 영상 신호에 적용할 경우, 영역 변환된 영상 신호의 모든 계수에 대해 동등하게 Hard Thresholding 과정이 적용된다. 영상신호의 경우 energy는 저역 주파수 대역에 대부분 집중되어 있으며, Human Visual System (HVS)에 의하면, 사람의 눈은 저역 주파수 대역에 대해 고역 주파수 대역보다 더 민감하다. 이러한 점에 착안하여 HVS를 이용한 적응적 hard thresholding

방법도 발표된바 있다^[21].

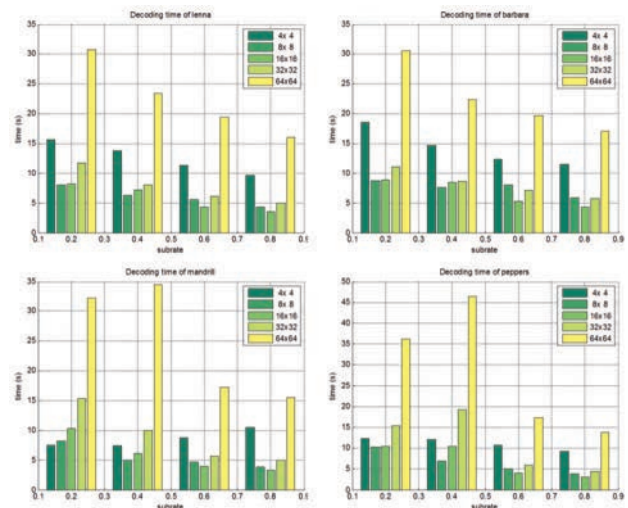
한편, BCS 기술을 적용할 경우, 블록의 크기에 따른 CS성능과 복잡도 감소간의 관계 또한 매우 중요한 문제이다. 블록 크기에 따라 압축센싱의 성능이 변화하기 때문인데, 그 정도는 영상에 의존적이다. 예를 들어, Mandrill과 같은 디테일한 영상에서는 신호의 희소성이 크기 때문에 압축센싱 성능은 다른 영상에 비해 우수할 수 있지만, Lenna나 Peppers와 같이 부드러운 영상에서의 압축센싱 성능은 모든 블록 크기에서 균일한 성능을 보이며 대부분의 경우 블록 크기가 커질수록 성능이

높아지는 것을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 블록의 크기가 커질수록 희소성이 증가한다는 것을 의미한다. 또한, 측정율이 증가하면서 복원될 정보가 많아지므로, 적은 수의 반복으로도 쉽게 복호화가

가능하다는 것도 예상할 수 있다. 〈그림 10〉은 블록 크기에 따른 복잡도 비교를 나타낸 것이다.

앞서 압축센싱을 위한 센싱 행렬이 특정 구조를 갖도록 설계하는 기법들을 소개한 바 있다. 블록기반 압축센싱에서도 역시 이와 유사한 구조적 센싱 행렬에 대한 연구가 진행된 바 있다^[22]. 블록 기반의 압축센싱에서는 측정 신호의 희소성이 크면 복원성능 또한 증가함으로

블록 크기에 따른 압축센싱 성능과 복잡도 감소간의 관계에 대한 연구나, 이를 위한 구조적 센싱 행렬에 대한 연구 등이 진행되고 있다



〈그림 10〉 블록 크기에 따른 CS 복원 복잡도 비교

현재 측정 신호에 대한 예측 정보를 주변 블록의 측정 신호로 이용 한다면 영상 내 유사성이 큰 블록이 선택 되고 그 차이에 대한 측정값을 복원하면 보다 높은 복원 성능을 기대할 수 있다. 이러한 예측 블록을 사용하여 영상을 희소화할 때, 일반적으로 영상내의 화소의 유사성은 가까운 화소일수록 높을 가능성이 크기 때문에 블록의 크기가 작을수록 더 높은 유사성을 갖는 예측 블록을 찾을 수 있다. 그러나 복원과정에서는 반대로, 블록의 크기가 클수록 복원 성능이 높아지는 현상이 발생한다. 그러므로 센싱과정에서 블록의 크기를 어느 정도 이하로 줄이는 것은 오히려 불리하다. 따라서, 하나의 측정 행렬을 여러개의 서브-측정벡터로 나누는 후, 센싱 과정에서는 작은 블록 크기에 대한 예측 블록을 선택하고, 복원과정에서는 큰 블록에 대한 복원을 수행할 수 있도록 할 수 있는 구조적 측정 행렬에 대한 연구가 발표된 바 있다^[22]. 블록의 크기가 $B \times B$ 인 경우 신호는 $N(=B^2) \times 1$ 의 벡터형태로 표현 할 때, 센싱 행렬의 구조는 다음과 같이 설정될 수 있다.

$$\Phi_{SMM} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi - \phi & \phi - \phi & \phi - \phi & \phi - \phi \\ \phi & \phi - \phi & \phi - \phi & \phi \\ \phi - \phi & \phi - \phi & \phi - \phi & \phi \end{bmatrix}$$

여기서 ϕ 는 임의의 $M/4 \times M/4$ 센싱 행렬이다. 해당 센싱 행렬에 대한 입력 신호는 다음과 같이 $B \times B$ 크기의 입력 블록 x 를 4개의 $B/2 \times B/2$ 서브블록으로 나눈 형태로 구성된다.

$$x = [x_1^T x_2^T x_3^T x_4^T]^T$$

이를 통해 다음과 같은 $B \times B$ 크기의 측정 벡터 $y(B)$ 를 얻을 수 있다.

$$y(B) = \Phi_{SMM} x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [y_1 + y_2 + y_3 + y_4] \\ [y_1 - y_2 + y_3 - y_4] \\ [y_1 + y_2 - y_3 - y_4] \\ [y_1 - y_2 - y_3 + y_4] \end{bmatrix}$$

여기서 $B/2 \times B/2$ 크기의 i 번째 측정 벡터는 $y_i(B/2) = y_i = \phi x_i$, $i=1 \dots 4$ 로 표현할 수 있다. 또한, 네 개의

측정 벡터 y_i 를 통해 $B \times B$ 크기의 측정행렬 $y(B)$ 를 표현할 수 있다. 결과적으로 센싱 행렬 내의 측정 벡터들 간의 연산을 통해 예측 차를 구하게 되고 이를 통해 신호의 희소성을 증가시킬 수 있다.

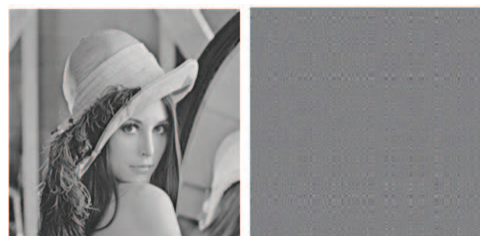
(4). 압축센싱된 신호의 압축

압축센싱에 의하여 획득된 데이터를 CS에서는 특히 측정(measurement) 데이터라고 부른다. substrate가 적더라도 영상의 크기가 큰 경우 측정 데이터의 량 또한 무시 못할 정도가 된다. 특히 동영상에 적용된 경우 발생하는 데이터가 현저하게 많아 이를 압축하는 주제에

대한 연구도 진행되고 있다^[23-24] 랜덤 센싱 행렬을 사용하여 CS로 획득된 측정 데이터(영상)는 <그림 11>과 같다. 이 그림에서 알 수 있듯이 측정데이터 영상은 보통의 영상과는 전혀 틀린 모습이다.

따라서, 측정데이터 영상에 기존의 JPEG을 적용하면 약 10dB정도의 화질 저하가 발생한다. 이것은 인접화소(또는 인접 프레임)간의 유사도를 최대한 이용하여 데이터의 용장도(redundancy)를 줄이는 전통적인 부호화 방법과는 전혀 맞지 않는 데이터의 특성 때문이다. 따라서, 압축센싱된 신호를 압축하는 다양한 방법들이 연구되고 있는데, 이중 몇가지를 살펴보기로 하자.

Xidian 대학 연구팀^[23]에서는 progressive quantization과 같은 최적의 양자화 기법을 통해 CS 부/복호화 성능을 향상시키는 연구를 수행하였는데, 기본적인 구조는 <그림 12>와 같다.



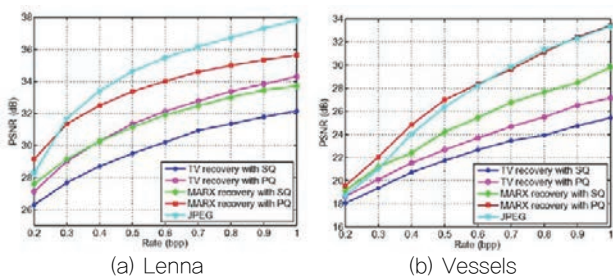
<그림 11> Lenna 영상(좌)과 이를 압축센싱하여 얻어진 CS 측정데이터 (우)



〈그림 12〉 Binning기반 압축센싱 구조^[23]
(a) 부호화기, (b) 복호화기

여기서 부호화기는 크게 Base layer와 Refinement layer 압축부로 구성이 되는데, Base layer에서는 랜덤 센싱 행렬을 통한 측정 값을 구한 다음, 양자화과정을 수행하여 양자화된 측정 값을 복호화기에 전달한다. 이 때, Refinement layer에서는 Base layer에서 발생한 양자화에 따른 오차를 보상하기 위해 Binning을 수행하여 복호화기에 전달한다. 복호화기는 Base layer 및 Refinement layer로부터 전송된 값을 통해 보다 정교한 복원과정을 수행한다. 이 연구에 대한 성능은 〈그림 13〉에 나타나 있다.

그래프를 살펴보면 Lenna 영상의 경우 JPEG 기반 으로 압축된 방법과 비교했을 때 bpp가 커질수록 제안 방법의 성능이 떨어지는 것을 확인 할 수 있다. 그러나, Vessels 영상의 경우에는 제안방법과 JPEG 압축 성능이 거의 유사하고, bpp가 낮은 경우에는 제안하는 방법의 성능이 약간 우세한 것으로 나타난다. 이러한 현상이 나타나는 이유를 분석해보면, Lenna 영상의 경우 주파수 공간에서의 값의 분포가 Power decaying law를 따르는 경향이 있어 성긴 성질을 찾기 어렵기 때문이다. 그러나, Vessels 영상의 경우, 화소 영역 자체가 성긴 성질을 따르기 때문에, 압축센싱에서 높은 복원 품질을 기대할 수 있다.



〈그림 13〉 Binning기반 압축센싱 구조하의 복원 영상 성능 비교^[23]

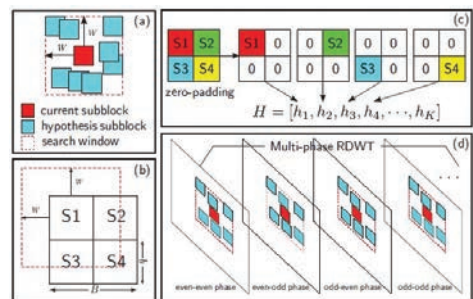
한편, Mississippi 대학 연구팀^[24]은 비디오 및 정지 영상을 위한 압축 센싱 과정 중, 현재블록에 대한 여러 참조블록들의 선형 결합을 이용한 예측기법을 통한 Multihypothesis 기반 블록 압축센싱 구조를 연구하였다. 해당 연구에서 풀고자 하는 L1 최소화 식은 다음과 같다.

$$\hat{w}_{t,i} = \underset{w}{\operatorname{argmin}} \left\| \Phi H_{t,i} w - y_{t,i} \right\|_2^2 + \lambda \| w \|_1$$

위 식에 대한 기본적인 의미는, 복원하고자 하는 블록 $y_{t,i}$ 에 대해서 이미 복원된 참조 프레임으로부터 참조 블록 후보 집합 $H_{t,i}$ 의 선형 결합을 통해 가장 유사한 예측 블록 $\Phi H_{t,i} w$ 을 찾는 것이다. 이 방법에서는 복원하고자 하는 블록에 대한 참조 후보군 $H_{t,i}$ 를 생성하는 방법을 다루었는데, 비디오 영상의 경우와 정지영상의 두가지 경우로 분류된다. 비디오 영상에서 시간 t 시점의 I 번째 복원 블록의 참조 후보군은 이미 복원이 완료된 프레임으로부터 생성한다. 정지영상의 경우에는 비디오에서 사용하는 방법과는 약간 다른데, 기본적인 방법은 〈그림 14〉와 같다.

III. 결론

영상신호에 대한 압축센싱의 적용을 위한 연구는 매우 다양한 문제에 대하여 진행되고 있다. 또한 일부 응용에 대하여 실제 데모 시스템이 구현된 것이 발표된 바도 있다. 그러나 지금까지 연구의 대부분은 아직 작은 해상도의 흑백 영상에 대한 연구들이 대부분이고,



〈그림 14〉 (a) 여러개의 참조 블록 생성 (b) BxBk 크기 블록으로부터 bxb크기를 갖는 서브 블록 구조 (c) bxb크기의 참조블록에 대한 zero padding (d) DWT 영역에서의 참조블록 생성방법

〈표 1〉 Top Downloads in IEEE Xplore 순위

| 순위 | 서지 사항 |
|----|--|
| 1 | A TUTORIAL ON PARTICLE FILTERS FOR ONLINE NONLINEAR/NON-GAUSSIAN BAYESIAN TRACKING (Arulampalam, M.S.; Maskell, S.; Gordon, N.; Clapp, T.) IEEE Trans. on Signal Processing vol. 50, no. 2, 2002, pp. 174-188 |
| 2 | IMAGE PROCESSING USING SMOOTH ORDERING OF ITS PATCHES (Ram, I.; Elad, M.; Cohen, I.) IEEE Trans. on Image Processing vol. 22, no. 7, 2013, pp. 2764-2774 |
| 3 | AN INTRODUCTION TO COMPRESSIVE SAMPLING (Candes, E.J.; Wakin, M.B.) IEEE Signal Processing Magazine vol. 25, no. 2, Mar. 2008, pp. 21-30 |
| 4 | PRIVACY PRESERVING DATA SHARING WITH ANONYMOUS ID ASSIGNMENT (Dunning, L.A.; Kresman, R.) IEEE Trans. on Information Forensics and Security vol. 8, no. 2, 2013, pp. 402-413 |
| 5 | IMAGE QUALITY ASSESSMENT: FROM ERROR VISIBILITY TO STRUCTURAL SIMILARITY (Wang, Z.; Bovik, A.C.; Sheikh, H.R.; Simoncelli, E.P.) IEEE Trans. on Image Processing vol. 13, no. 4, 2004, pp. 600-612 |
| 6 | LEARNING-BASED, AUTOMATIC 2D-TO-3D IMAGE AND VIDEO CONVERSION (Konrad, J.; Wang, M.; Ishwar, P.; Wu, C.; Mukherjee, D.) IEEE Trans. on Image Processing vol. 22, no. 9, 2013, pp. 3485-3496 |
| 7 | COMPRESSIVE SENSING [LECTURE NOTES] (Baraniuk, R.G.) IEEE Signal Processing Magazine vol. 24, no. 4, 2007, pp. 118-121 |
| 8 | IMAGE SUPER-RESOLUTION VIA SPARSE REPRESENTATION (Yang, J.; Wright, J.; Huang, T.S.; Ma, Y.) IEEE Trans. on Image Processing vol. 19, no. 11, 2010, pp. 2861-2873 |
| 9 | ADAPTIVE MOBILE CLOUD COMPUTING TO ENABLE RICH MOBILE MULTIMEDIA APPLICATIONS (Wang, S.; Dey, S.) IEEE Trans. on Multimedia vol. 15, no. 4, 2013, pp. 870-883 |
| 10 | MULTI-VIEW VIDEO REPRESENTATION BASED ON FAST MONTE CARLO SURFACE RECONSTRUCTION (Salvador, J.; Casas, J.R.) IEEE Trans. on Image Processing vol. 22, no. 9, 2013, pp. 3342-3352 |

압축센싱된 신호의 데이터량을 줄이기 위한 압축 기술의 수준은 아직 전통적인 기술인 JPEG 수준에 머물고 있다. 압축센싱 기술은 특히 MRI나 Hyperspectral 영상처럼 데이터의 획득프로세스가 매우 복잡하거나 시간이 많이 걸려 이를 간단히 하는 것이 무척 중요한 문제들로

연구되고 있으며, 점점 영상처리의 여러 문제에 확대될 것으로 예상된다.

참고로 신호처리 분야 IEEE 저널들 중에서 사용자들에 의해서 가장 많이 다운로드가 된 논문과 그 순위는 〈표 1〉과 같다 (“Top Downloads in IEEE Xplore” IEEE Signal Processing Magazine 2014에 발표됨). 이 순위의 집계 방법은 2011년도를 기준으로 지금까지 각 논문이 IEEE 전체논문 중 다운로드 횟수 기준 상위 100 리스트 안에 든 횟수와 2013년도 동안의 상위 100위 리스트중 순위를 합친 결과를 도출한 것이다. 여기에서 주목할 만 한 점은, 압축센싱 관련 논문이 순위 내에 있는 10편의 논문들 가운데, 3편이나 차지하고 있다는 것이다. 순위에 나온 다른 논문들이 대부분 2013년도에 발표된 것을 감안하면 2006년도부터 나온 압축센싱 관련 논문이 3편이나 순위 내에 존재한다는 것은 여전히 신호처리 분야에서의 뜨거운 이슈가 되고 있어 앞으로 나올 많은 연구들에 영향을 주는 매우 중요한 주제가 된다는 것을 증명한다고 볼 수 있다. 우리나라에서도 이 분야의 좋은 연구논문들이 많이 나오기를 기대한다.

참 고 문 헌

- [1] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, Apr. 2006.
- [2] E. J. Candes and M. B. Wakin, “An introduction to compressive sampling,” IEEE Signal Processing Mag., vol. 21, no. 3, pp. 21-30, Mar. 2008.
- [3] L. N. Smith, “How to find real-world applications for compressive sensing,” in Proc. of SPIE Defense, Security and Sensing. Int. Society for Optics and Photonics, pp.87170Q-81170Q-10, May. 2013.
- [4] M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, “Single-Pixel Imaging via Compressive Sampling,” IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 25, No. 2, pp. 83-91, Mar. 2008.

- [5] J. Zhang D. Zhao, F. Jiang, Wen Gao, "Structural Group Sparse Representation for Image Compressive Sensing Recovery," In Proc. of Data Compress. Conf., pp. 331–340, Mar. 2013.
- [6] K. Li, L. Gan, and C. Ling, "Convolutional Compressed Sensing Using Deterministic Sequences," IEEE Trans. Signal Process., vol. 61(3), pp. 740–752, 2013.
- [7] W. Chen, M. R. D Rodrigues, "Dictionary Learning With Optimized Projection Design for Compressive Sensing Application," IEEE Sig. Proc. Letters, vol. 20, no. 10, pp. 992–995, Oct. 2013.
- [8] Marco F. Duarte, Richard G. Baraniuk "Kronecker Compressive Sensing," IEEE Transactions on Image Processing 21(2), pp. 494–504, 2012.
- [9] H. Rauhut and R. Gribonval "Circulant and Toeplitz matrices in compressed sensing", Proc. SPARS'09: Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations, 2009
- [10] G.Huang .et.al "Lensless Imaging by Compressive Sensing", IEEE International Conf. on Image Processing, ICIP, 2013 .
- [11] G. Orchard, J. Zhang, Y. Suo, M. Dao, D. T. Nguyen, S. Chin, C. Posch, T. D. Tran, and R. Etenne–Cummings, "Real Time Compressive Sensing Video Reconsruction in Hardware," IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems, Vol. 2, No. 3, pp. 604–615, Sep. 2012.
- [12] G. R. Arce, D. J. Brady, L. Carin, H. Arguello, and D. S. Kittle, "Compressive Coded Aperture Spectral Imaging: An introduction," IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 31, No. 1, pp. 105–115, Jan. 2014.
- [13] C. Eldar and G. Kutyniok, Compressed sensing: Theory and applications, Cambridge University Press, Jun. 2012.
- [14] M. Fornasier and H. Rauhut, "Compressive Sensing," in Handbook of Mathematical Methods in Imaging, Springer, Heigelberg, Germany, 2011.
- [15] M. A. T. Figueiredo, R. D. Nowak, and S. J. Wright, "Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems," IEEE Journal on Selected Areas in Comm., vol. 1, no. 4, pp. 586–597, Dec. 2007.
- [16] T. Goldstein and S. Osher, "The split Bregman method for L1 regularized problems," SIAM J. on Imaging Sci., Vol.2, No.2, pp. 323–343, 2009.
- [17] S. Shishkin, H. Wang, and G. Hagen, "Total Variation Minimization with Separable Sensing Operator,"in Proc.Conf. on Image and Signal Process.(ICISP), pp. 86–93, 2010.
- [18] T. N. Canh, K. Q. Dinh and B. Jeon, "Total variation for Kronecker compressive sensing with new regularization," in Proc. Pic. Coding Symp. (PCS), pp. 261–264, 2013.
- [19] L. Gan, "Block compressed sensing of natural images," in Proc. of International Conference on Digital Signal Processing, pp. 403–406, Jul. 2007.
- [20] S. Mun and J. E. Fowler, "Block compressed sensing of images using directional transforms," in Proc. IEEE Int. Conf. on Image processing (ICIP), pp. 3021–3024, Nov. 2009.
- [21] V. A. Nguyen, Y. Park, H. J. Shim, and B. Jeon, "Feature Adaptive BCS–SPL for Image", Proc. of IWAIT2013, Nagoya, Japan, Jan, 2013.
- [22] K. Q. Dinh, H. J. Shim, B. Jeon, "Measurement Coding For Compressive Imaging Using A Structural Measurement Matrix", Proc. Of the 20th IEEE Int. Conf. on Image Processing (ICIP), Melbourne, Australia, Sep. 15–18, 2013.
- [23] L. Wang, X. Wu, and G. Shi, "Binned Progressive Quantization for Compressive Sensing," IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 21, No. 6,



pp. 2980–2990, June 2012.

- [24] C. Chen, E. W. Tramel, and J. E. Fowler, “Compressed–Sensing Recovery of Images and Video Using Multihypothesis Predictions,” in Proceedings of the 45th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, pp. 1193–1198, Nov. 2011.



전 병우

- 1985년 서울대학교 전자공학과 졸업 (학사)
- 1987년 서울대학교 전자공학과 졸업 (석사)
- 1992년 Purdue Univ, School of Elec. 졸업 (공학박사)
- 1993년~1997년 삼성전자 신호처리연구소 선임/수석연구원
- 1997년~현재 성균관대학교 전자전기공학부 교수

〈관심분야〉

멀티미디어 영상압축, 영상인식, 신호처리

다중변수 압축 MRI 기술 연구 동향

I. 서론

의료 산업은 전 세계 많은 국가들이 미래 산업을 이끌어갈 분야로 정하고 집중적인 투자가 이루어지고 있는 분야이다. 특히 인체 내부 질병을 초기에 진단할 수 있는 의료 영상 기술은 현대 의학에 있어서 필수적인 부분으로 자리를 잡고 있으며, 그 중 자기공명영상(MRI)은 고 대비 및 고화질의 영상을 제공하여 여러 임상 환경에서 널리 사용되고 있다. MRI는 촬영시 다양한 제어인자들을 조절할 수 있어서, 동일한 인체부위에 대해서 서로 다른 정보를 보여주는 다수의 대조도 영상을 만들 수 있는 장점이 있다. 특히, 최근 이러한 다중 대조도 영상 (multi-contrast imaging) 기법이 MRI를 이용한 진단 향상을 위해 많이 연구되고 있다. 기존의 다중 대조도 영상들은 여러번의 MR 촬영을 통해 얻을 수 있으며 이로부터 뼈 및 조직 분리 (bone and tissue segmentation), 조직 특성화 (tissue characterization), 정량적 분석, 수초 재생 모니터링 (remyelination monitoring) 등, 하나의 대조도 영상만으로는 할 수 없는 다양한 진단 정보를 제공할 수 있다. 이러한 다중대조도 영상이 발전하여 최근에는 각 인체조직의 특성을 결정하는 MR 특성 변수들 (T_1 , T_2 , T_2^* , etc)을 획득하여 보다 정량적인 정보를 제공하는 연구가 활발히 진행되고 있고, 이러한 영상들을 종합하여 다중변수 영상이라고 한다. 하지만 이러한 MR 다중 변수 영상은 그 획득 시간이 길다는 이유로 인해 일반 임상에서는 널리 적용되지 못하고 있다. 획득 시간이 길어지면 환자가 불편함을 느낄 뿐만 아니라 촬영 중 환자의 움직임 및 촬영 슬라이스의 불일치에 따른 각 변수 영상의 불일치가 발생하여 영상의 해석이 어렵게 되는 단점이 있다. 이러한 MRI의 긴 획득 시간을 줄이기 위해서 압축센싱



장진성
연세대학교 전기전자공학과



황도식
연세대학교 전기전자공학과



(Compressed Sensing) 기술이 활발히 연구되고 있다^[1]. 이 기술은 신호처리 및 정보이론에서 처음 제시되어 정보통신, 이미지 프로세싱, 센서 및 인스트루멘테이션 등 다양한 분야로 확장되고 있고, 최근 MRI 분야에서도 다양한 형태로 적용되어 좋은 결과들을 얻고 있다^[2]. 특히, MR 영상 자체는, 주파수 도메인에서 직접 데이터를 획득하는 방식으로서, 압축센싱의 활용도가 매우 높다고 할 수 있고, 특정 도메인 (예를 들어 웨이블릿 도메인)에서의 상당수 값이 0인 성김성 (sparsity) 특성을 갖는다. 따라서 주파수 도메인에서 일부분만의 데이터를 획득하여, 원래의 영상을 압축센싱 기법을 이용하여 효과적으로 재구성할 수 있다. 또한, 이 기술을 다중변수 자기공명영상에 적용한 것을 다중변수 압축센싱이라 한다. 다중변수 압축센싱은 영상에서의 성김성만을 이용하는 것 뿐만 아니라 다른 여러개의 대조도 영상에서 유사한 부분을 참고하거나 물리적인 모델을 이용하여 더욱 적은 데이터를 획득 하고도 온전한 자기 공명 영상을 얻을 수 있게 한다. 본 논문에서는 이러한 다중변수 압축 MRI의 기본 원리와 현재의 연구 동향을 살펴보고자 한다.

MR 영상의 성김 특성을 이용하여 압축센싱 기술을 활용해 MRI의 긴 획득 시간을 줄일 수 있다

II. 압축 센싱 (Compressed Sensing)

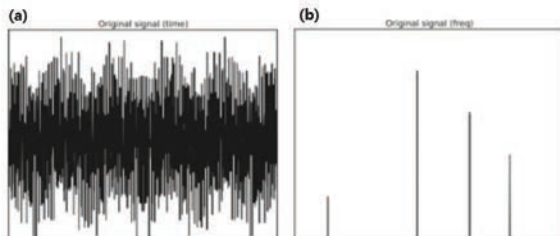
1. 기술 소개

실제로 자연적으로 경험할 수 있는 신호는 아날로그 신호이지만, 정보/통신 시스템에서 사용되는 신호는 이진법을 기반으로 한 디지털 신호들이다. 아날로그 신호를 디지털 신호로 만들기 위해서는 샘플링 과정이 필요

한데, 올바른 샘플링 비율은 쉐논 (Shannon) 및 나이퀴스트 (Nyquist) 에 의한 샘플링 이론을 따른다^[3]. 즉, 원래 아날로그 신호의 최고 주파수의 2배 (Nyquist rate) 이상으로 샘플링을 해야, 샘플링된 디지털 신호로부터 원래의 신호를 정확하게 복원할 수 있다는 이론이다. 그러나 2006년에 소개되어진 압축센싱 이론에 따르면^[1], 특정 조건에서는 Nyquist rate 이상으로 샘플링하지 않아도 온전히 신호를 복원할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

이러한 압축센싱이 적용되기 위한 조건으로서는 신호가 특정 도메인(예를 들어, 주파수 혹은 웨이블릿 도메인)에서 성김성을 가져야 한다는 것이다. 성김성(sparsity)이란, 신호의 아주 일부분만 non-zero 값을 가지고, 대부분의 값은 zero를 가진다는 것이다. 실제로 0을 가진 신호는 아무 정보를 가지고 있지 않기 때문에, 소수의 non-zero 값만 그 신호를 표현하는데 필요하다는 것이다.

〈그림 1〉에서는 성김성에 대해 설명하고 있다. (a)에서는 시간축에서의 신호 그래프를 나타내고 있는데, 대부분의 시간에서 non-zero 값이 존재한다. 하지만 이 신호를 푸리에 변환으로 주파수 도메인 그래프로 나타내었을 때(b), 변환된 신호는 대부분의 값이 0이고 일부 신호만 0이 아닌 성김성 신호로 나타내어진다. 따라서, 이러한 성김성 신호를 아주 작은 용량으로 압축할 수 있게 된다. 반대로, 일부 정보만 있더라도, 이 성김성을 이용하면 우리가 원하는 원래 신호의 값을 복원할 수도 있는 것이다.



〈그림 1〉 동일한 신호를 다른 도메인에서 표현한 예 (a) 시간 도메인에서의 신호, (b) 주파수 도메인에서의 신호

2. 이론

압축센싱은 기본적으로 다음의 식을 푸는 것을 목표로 한다.

$$y = \Phi x \tag{1}$$

여기서 y 를 획득 데이터 (MRI의 경우 스캐너상에서 얻은 주파수 도메인에서의 과소샘플링된 데이터)이고,

x 는 복원하고자 하는 해상도의 풀 샘플링 데이터이다. 여기서 Φ 는 신호의 성감 정도를 나타내는 압축 연산기호 (compression operator) 행렬이다. x 가 가진 데이터 양은 Φ 와의 연산을 통해 아주 적은 데이터 양의 y 가 얻어지는 것이다. 이때 다루어지는 신호의 성감성이 크다고 가정 했을 때, 아래와 같은 식을 통해 해를 구할 수 있다.

$$\min_x \|x\|_0 \text{ such that } \Phi x = y \quad (2)$$

식(2)는 L_0 norm ($\|x\|_0 = \sum |x|^0$) 최소화를 통해 성감성이 최대가 되게 하는 x 를 얻게 한다. 하지만 획득 벡터를 비선형적으로 모두 점검해야는 문제가 발생하여 알고리즘의 해답을 얻어내기가 어렵다^[1].

$$\min_x \|x\|_2 \text{ such that } \Phi x = y \quad (3)$$

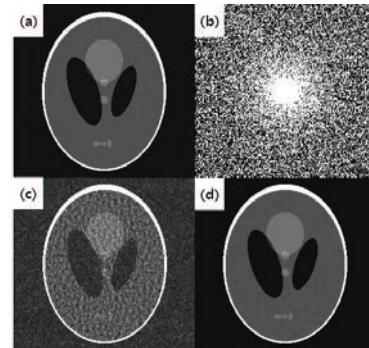
이와 반면에, 식(3)과 같이 L_2 norm ($\|x\|_2 = \sqrt{\sum |x|^2}$)에서 해를 구하는 시도를 해 볼 수 있는데, L_2 norm 최소화와 같은 경우는 해를 구하기 쉬우나 성감성이 높은 해를 찾아주지 못하기 때문에, 즉 non-zero값이 많은 결과를 도출하기 때문에^[1] 압축센싱 적용에는 부족한 조건이 많다. 따라서 최근에는 식(4)와 같이 L_1 norm ($\|x\|_1 = \sum |x|^1$)을 이용한 성감성을 나타내는 방식이 많이 부각되고 있고, 이러한 압축센싱 기법이 MRI 적용에도 많이 사용되고 있다.

$$\min_x \|x\|_1 \text{ such that } \Phi x = y \quad (4)$$

3. 예시

특정 도메인에서 나이퀴스트 비율보다도 적게 과소 샘플링이 되어 있어도, 성감성을 이용한 압축 센싱 알고리즘을 사용하면, 원본 영상을 복원할 수 있음은 <그림 2>의 예에서 볼 수 있다.

<그림 2> (a)는 원본 영상이고, 우리가 목표로 복원해야 하는 영상이다. (b)는 (a)의 주파수 도메인에서의 과소 샘플링된 데이터이다. 즉, 나이퀴스트 샘플링 이하로 샘플링된 데이터이다. 이를 이미지 도메인으로 가



<그림 2> Shapp-Logan 팬텀의 압축센싱 예시, (a) 원본 영상, (b) 주파수도메인에서 과소 샘플링된 데이터, (c) (b)의 공간도메인에서의 영상 (과소샘플링 인공물 발생), (d) 압축센싱 기법 적용 결과 영상.

져왔을 때 (c)에서 볼 수 있듯이 과소 샘플링 인공물 (undersampling artifact)이 발생한다. 이와 반면, 이를 압축센싱 기술을 사용하여 복원하면, 원본과 거의 동일한 (d) 영상으로 복원할 수 있다.

III. MRI 압축 센싱

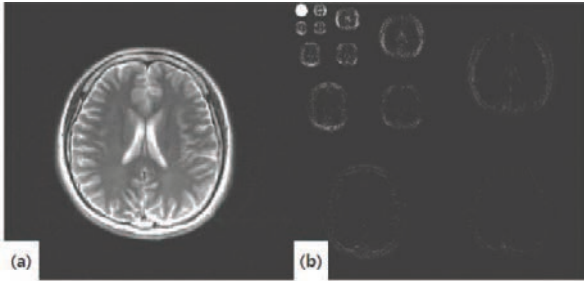
1. 기술 소개

2006년에 압축센싱 기술이 소개되면서 다양한 분야의 적용 가능성에 대해 언급이 되었는데, 그 중 특이한 획득 시간 해결에 가장 이슈를 갖던 자기공명 영상의 압축센싱 구현이 언급되었다. 그 후 1년 뒤, Lustig *et al* 연구진이 자기공명 영상에 압축센싱을 적용한 Sparse MRI 연구 결과를 제시하였는데^[2], 이는 현재까지도 자기공명영상 연구진들에게 많은 영향을 주

고 있다. Sparse MRI는 자기공명 영상의 압축센싱 적용 조건으로 다음의 세가지를 제시한다. (1) 획득 영상이 특정 도메인에서 성감 특성을 가져야 한다. (2) 과소 샘플링으로 인한 에일리어싱

L_1 norm 을 이용한 압축센싱 기법이 MRI에 적용되기 위해 연구되고 있으며, 이를 통해 적은 샘플을 통해서도 원본과 거의 동일한 영상을 얻을 수 있다

인공물 (aliasing artifact)이 이미지 도메인 상에서 잡음과 유사한 형태를 가지고 있어야 한다. (3) 비선형 알고리즘을 통해 과소샘플링된 신호를 복원할 수 있어야 한다.



〈그림 3〉 특정 도메인에서의 성감성을 보여주는 예시
(a) 뇌 MRI 영상, (b) (a)의 웨이블릿 도메인에서의 데이터

2. 성감성 변환

압축센싱을 위해서는 신호 자체가 특정 도메인에서 성감성을 가져야 한다고 II장에서 언급하였는데, MRI에 압축센싱을 적용하기 위해서는 획득한 자기공명 영상을 성감성이 높은 도메인으로 변환(sparsifying transform)하는 과정이 필요하다. 혈관촬영도(angiogram)과 같은 경우는 신호 자체가 성감성을 가지고 있고, 뇌나 심장등 복잡한 구조를 가지는 인체 내부의 자기공명 영상 또한 특정 도메인에서 성감성을 가진다. 이산 코사인 변환(discrete cosine transform), 웨이블릿 변환(wavelet transform)이 대표적으로 성감성을 가지게 하는 도메인이다. 이산 코사인 변환은 JPEG이나 MPEG과 같은 영상 압축에도 주로 사용되고, 웨이블릿 도메인은 앞으로 소개될 자기공명 영상 압축센싱에 주로 사용되고 있다. 또한, 심장 영상에 많이 사용되는 동적 영상(dynamic imaging)의 경우는, 시간축에서의 성감성을 이용하기도 한다.

〈그림 3〉에서와 같이, 일반적인 MR 영상은 성감성이 많이 나타나지 않지만, 웨이블릿 도메인에서 표현했을 때는 일부의 값을 제외하고 대부분의 값이 0에 가까워지는 성감성을 확인할 수 있다.

3. 자기 공명 영상 획득

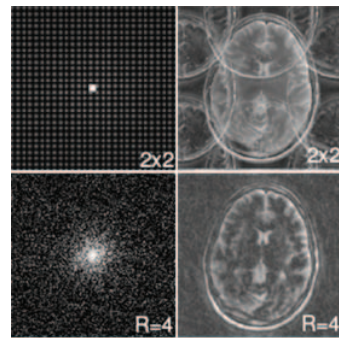
자기공명 영상은 컴퓨터단층촬영(CT)이나 초음파 영상과는 다르게, 신호의 획득을 주파수 도메인에서 얻는 독특한 성질을 가지고 있다. 여기서 주파수 도메인을

k-space라고 부른다^[9].

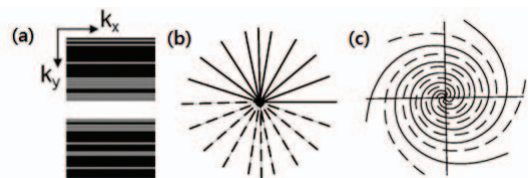
압축센싱을 적용하기 위해서는 k-space에서의 과소 샘플링으로 인한 영상 인공물이 잡음과 유사하여야 하는데, 이는 k-space에서의 랜덤한 패턴으로 샘플링을 함으로써, 영상도메인에서 잡음과 유사한 인공물을 발생시킬 수 있다^[11]. 〈그림 4〉에서와 같이, k-space에서 정규 과소샘플링을 할 경우 (왼쪽 위), 이미지 도메인에서의 영상은 일반적인 에얼리어싱 왜곡이 나타나지만 (오늘쪽 위), 랜덤 과소샘플링의 경우 (왼쪽 아래)에는 잡음 형태로 나타남을 확인할 수 있다 (오른쪽 아래).

이러한 비간섭성 인공물 (incoherent artifact)의 경우에는, 보다 효과적으로 압축센싱 기법을 통해 원래의 영상을 복원할 수 있게 된다. 자기 공명영상에서는 이를 위해 k-space상에서 MR 신호를 획득할 때, 랜덤하고 다양한 밀도(variable density)를 가지는 획득 패턴을 바탕으로 하여 얻어야 한다^[8]. 〈그림 5〉에서와

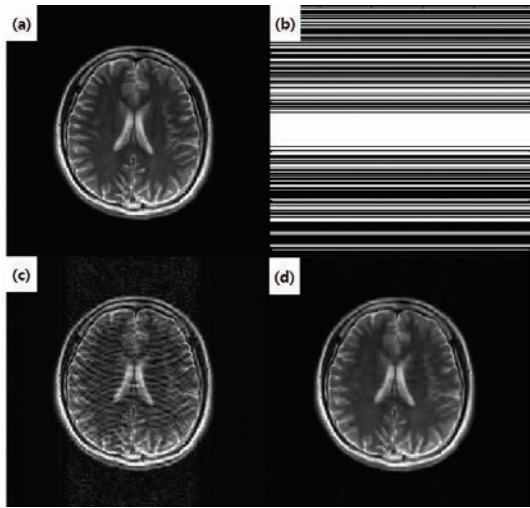
**압축 센싱을 적용하기 위해서는
랜덤하고 다양한 밀도를 가지는 획득
패턴을 사용해야 한다**



〈그림 4〉 정규 과소 샘플링과 랜덤 과소 샘플링의 결과 영상 비교, 정규 과소 샘플링은 영상에서 에얼리어싱으로 왜곡이 발생하며 랜덤 과소 샘플링의 경우 전반적인 잡음 형태로 나타난다



〈그림 5〉 MRI 과소샘플링 데이터의 획득. (a) 직교좌표 패턴 과소샘플링, (b) 방사형 과소샘플링, (c) 가변밀도 나선형 과소샘플링



〈그림 6〉 Sparse MRI의 결과, (a) in-vivo 영상, (b) k-space에서의 과소샘플링 (R=2), (c) 인공물이 확연히 발생한 영상, (d) 압축센싱을 이용하여 복원한 영상

같이, k-space의 세로축 방향으로 랜덤 패턴을 얻거나 (a), 방사형태의 패턴 (b), 혹은 가변밀도 나선형 패턴 (variable density spiral trajectory)을 과소샘플링으로 얻는 방법이 있다 (c).

4. MRI를 위한 압축센싱 알고리즘

II장에서 압축센싱은 L_1 norm 최소화를 이용해 해를 구한다고 언급하였는데, MR에서도 식(5)와 같이 L_1 norm 최소화 알고리즘을 사용한다.

$$\min_x \|\Psi x\|_1 \text{ such that } F_u x = y \quad (5)$$

y 는 획득된 과소 샘플링 데이터이고, x 는 최종적으로 구하려고 하는 복원 영상이다. 여기서 최소화 부분의 Ψ 는 성감성 변환 연산자로서, 주로 웨이블릿 변환을 사용한다. 그리고 II장에서 소개했던 압축 연산자 Φ 는 과소샘플링 푸리에 변환인 F_u 를 사용한다. 실제로 과소샘플링 푸리에 변환은 풀 샘플링 공간 데이터를 과소 샘플링 주파수 데이터로 변환하는 압축 역할을 한다.

성감성 변환 연산자, 웨이블릿 변환과 함께 전체변화

기법(total-variation)^[10]을 사용하면 성감성을 더 강화할 수 있고, 획득 시의 잡음 등의 요소를 고려하게 되면 식(5)는 다음과 같이 변경된다.

$$\min_x \|\Psi x\|_1 + \alpha TV \quad (6)$$

$$s. t. \|F_u x - y\|_2 < \epsilon$$

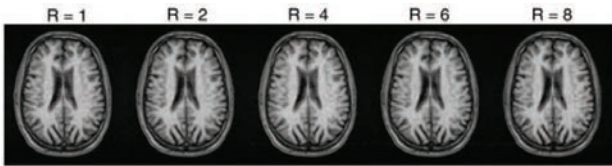
식(6)에서 TV는 전체변화 정보이고, α 는 정규화 정도를 나타내는 변수, ϵ 는 잡음 등에 따른 한계 변수이다. 식(6)은 여러 가지 다양한 알고리즘을 통해 최소화되고 원하는 원래의 자기공명 영상을 얻게 된다. 〈그림 6〉에서 과소샘플링된 k-space 데이터와 (b), 에일리어싱 왜곡현상 (c), 그리고 압축센싱기법으로 복원한 원래 영상 (d)을 확인할 수 있다.

VI. 다중 변수 압축 MRI

MRI의 장점 중의 하나는, 동일한 조직에 대해서 서로 다른 다수의 대조도 영상을 획득할 수 있다고 언급하였다. 따라서 기존의 압축센싱기법을 하나의 MR 영상에 적용하는데에만 그치는 것이 아니라, 다양한 대조도의 영상, 혹은 다중 변수 영상들에도 보다 효과적으로 적용할 수 있다. 서로 다른 대조도의 영상들이지만, 동일한 구조를 촬영한 영상이기 때문에, 서로 유사한 정보를 내재하고 있다. 이러한 공통적인 요소를 분석하여, 이를 압축센싱 기법에 적용하면 보다 높은 성감성 특성을 이용할 수 있게 된다. 따라서, 최근에는 하나의 영상에서의 성감성 특성 뿐만이 아니라 다른 대조도 영상 간의 성감성 공유를 이용한 압축센싱기법, MR 신호의 물리적 성질을 이용한 (예를 들어 Bloch equation) 자기공명 모델 기반 압축센싱 등을 통해, 더 높은 압축정도에서 빠르게 다중 변수 영상들을 촬영하는 연구가 활발히 진행되고 있다.

다중변수 압축센싱에서는 각 영상마다 서로 다른 과소 샘플링 패턴을 사용할 수 있게 되고, 따라서 서로 비동기성을 가진 인공물을 가지게 됨으로, 압축센싱기법을

다수의 대조도 영상에서 영상간의 공통적인 요소를 분석하여 나오는 성감성을 이용하여 보다 효과적인 압축센싱 기법이 개발 가능하다



〈그림 7〉 조직 이완 모델을 이용한 압축센싱에서 T2 Map 획득 영상 결과, R: 감소 인수(reduction factor = 전체 샘플 수 / 과소 샘플 수)^[13]

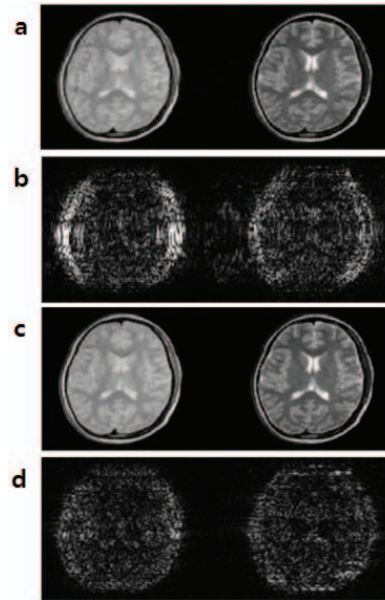
적용할 때 성김성의 해를 찾기가 더욱 유리해진다^[2].

또한, 획득된 다중변수 영상들은 그 획득 방법에 따라 다양한 이완 특성을 바탕으로 형성된 MR 신호를 갖게 되는데, 이러한 신호는 물리적 수식을 통해 여러 영상에서 공유될 수 있다. 예를 들어, 각기 다른 시간에서 여러 장의 T_2 강조 영상들을 얻었다고 가정하면, 영상의 각 부분에 대한 신호의 시간축에서의 변화는 다음과 같은 식을 따른다 (T_2 영향만 고려)^[12].

$$s(t) = M_0 e^{-t/T_2} \quad (8)$$

위의 식(8)은 자기공명영상 물리에 기반한 수식으로서 MR 영상에 있어서의 신호 감쇠에 대한 모델이다. 따라서 이러한 수식을 통해 각기 다른 시간에서 얻어진 자기공명 영상들은 서로 연결되어지고, 정보를 공유하게 되는데, 이러한 점으로부터 나오는 성김성을 이용하면 좀 더 효과적인 압축센싱 기법이 개발되어질 수 있다.

T_1 이완이나 T_2 이완을 가진 모델에 기반한 성김성 변환을 사용하여 다중변수 압축센싱 기술을 적용한 2010년도의 연구에서는^[13], 인체내 조직의 고유 특성인 T_1 이완 혹은 T_2 이완을 모델로 하여, orthogonal matching pursuit (OMP)^[14]이라는 기술을 사용하여 압축센싱을 구현하였다. 기존의 압축센싱 방법인 L_1 최소화방법 또한 사용하기 위하여 iterative soft thresholding^[7]을 이용하여 보다 효과적인 압축 센싱을 추가로 진행하였다. 기존 압축센싱은 각각 하나의 영상 안에서만 진행되었던 반면에, 이 방식은 시간도메인에서는 MR 신호 모델에 근거한 방법을 사용하고, 공간도메인에서는 기존 압축센싱을 사용함으로써 좀 더 높은



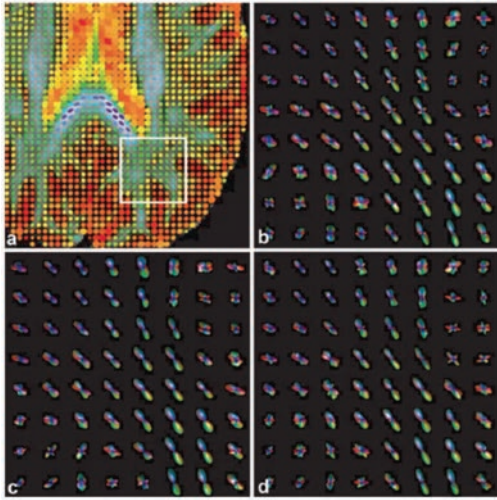
〈그림 8〉 (a) 기존의 압축센싱으로 복원한 뇌 영상, (b) 풀 샘플링 뇌 영상과의 차이, (c) 다중변수 영상에 Bayesian 압축센싱을 이용한 결과, (d) 풀 샘플링 영상과의 차이^[16]

압축정도에서도 복원이 잘 된 결과를 제시하였다. 〈그림 7〉에서와 같이, 감소인수 (reduction factor)가 8인 경우에서도 (8배 압축) 원래 영상이 효과적으로 복원됨을 알 수 있다.

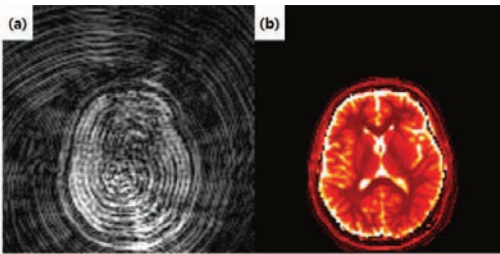
또다른 연구그룹에서는, 모델을 사용하지 않고, 여러 대조도 영상 사이의 유사성을 직접적으로 이용하여 확실적인 접근을 시도한, Bayesian 압축센싱 연구도 소개되고 있다^[16]. 이 기술은 각 영상에서의 유사한 구조적인 특성을 이용하여 압축센싱을 하는 방법이다. 얻어진 k-space 데이터와 구하고자 하는 영상과의 선형적 관계 계수를 구하고, 그 관계 계수를 다른 대조도 영상에 적용시키는 방법을 사용한다. 단순한 압축센싱 기법은 성김성만을 이용하지만, 다중변수 이미지들의 구조적인 공통점들을 이용하여 기존의 압축센싱보다 더욱 좋은 결과를 제시하고 있다(〈그림 8〉).

MRI에서 특히 시간이 많이 필요한 영상법 중의 하나는 뇌신경의 연결성을 파악할 수 있는 확산텐서영상

시·공간 도메인 분류, 확률적 접근 및 Gaussian 확산모델 등 다양한 다중변수 압축센싱 기법이 연구되고 있다



〈그림 9〉 다중 변수 압축센싱 기술을 이용해서 획득 한 뇌 신경 섬유 방향성 지도^[17]



〈그림 10〉 자기공명지문 기술 결과^[13], (a) 〈그림 4〉의 spiral 과소 샘플링 패턴을 이용, 매우 높은 감수 인수를 갖는 대조 영상. (b) 자기공명지문 기술을 가지고 복원한 정량적 뇌 영상^[18]

diffusion tensor imaging (DTI) 이다. 확산텐서영상의 정확도를 높이기 위해서는 보다 많은 여러 대조도의 확산강조영상들을 획득하여야 하는데, 이 또한 전체 촬영 시간이 길어지는 문제가 있다. 이를 극복하기 위해 확산 모델을 기반으로 한 다중변수 압축 MR 기술 연구도 제시되고 있다^[17]. Gaussian 확산모델을 활용하여 각 확산강조영상에서의 정보를 공유하여 압축센싱 기법을 구현한 것으로서, 아직 초기 단계이지만 그 필요성이 크기 때문에 이와같은 기법에 많은 기대가 모아지고 있다. 〈그림 9〉에서와 같이, 다중 압축센싱 방법은 일반 자기공명영상 뿐만 아니라, 방향성을 나타내는 확산텐서영상에서도 활용 가치가 높음을 보여주고 있다.

또 다른 관점의 압축센싱 기법으로서, 2013년

Nature지에 게재된 자기공명지문 기법 (magnetic resonance fingerprinting, MRF)^[18] 또한 다중변수 압축센싱이 적용되는 기술이다. 이 기술은 짧은 시간 동안 수많은 다중 변수 영상들을 과소샘플링으로 획득한 뒤, 이로부터 정량적인 MR 변수들을 얻어, 인체 각 조직의 특성을 특정지우는 기술이다. 빠르게 수많은 다중 변수 영상들을 얻기위해, 매우 높은 비율의 과소샘플링이 필수이고, 이를 해결하기 위한 다중변수 압축센싱 기술이 적용된다. 〈그림 10〉의 (a)는 매우 높은 과소샘플링 영상을 나타낸 것이고 (48배 압축), (b)는 이러한 과소샘플 데이터로부터 자기공명지문 기술을 통하여 복원한 정량적 영상을 나타낸 것이다. 이와 관련하여 최근 2014년 국제 자기공명영상 학회에서도 (2014 ISMRM, Milan, Italy) MRF 기법을 활용하는 연구들이 다수 소개되어 많은 관심을 받고 있다^[19-20].

V. 결론

본 논문에서는 다양한 대조도를 갖는 자기공명영상의 획득 시간을 줄이기 위해 사용되는 압축센싱 기법에 대해 소개하였다. 특히 국제 자기공명영상 학계를 중심으로 주목받고 있는 다중변수 압축 자기공명영상 기법들을 살펴보고 그 가능성에 대해서 살펴보았다. 다중변수 자기공명영상은 일반 자기공명 영상에서 보여줄 수 없는 다양한 대조도와 정량적인 정보를 제공할 수 있어 진단에 효과적으로 사용될 수 있음에도 획득시간의 제한 때문에 일반 임상에 널리 사용되지 못하고 있는 실정이다. 하지만 본 논문에서 소개하고 있는 다중변수 압축센싱 기법들이 최근 활발히 개발되고 있고, 이러한 기술들이 기존 자기공명영상 시스템의 전반적인 발전과 융합된다면, 조만간 다중변수 압축 영상이 임상에서도 광범위 하게 적용될 수 있을 것이다. 멀티 코일을 이용한 SENSE^[24], GRAPPA^[25]와 같은 병렬 영상 기술, EPI^[26] 기술 등과 같은 고속화 기법들과 다중변수 압축 기술의 융합 또한 그 연구가 이미 진행되고 있다.



감사의 글

본 논문은 2013년도 교육과학기술부의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (2012-0008577).

참고 문헌

- [1] Donoho, David L. "Compressed sensing." *Information Theory, IEEE Transactions on* 52.4 (2006): 1289-1306.
- [2] Lustig, Michael, David Donoho, and John M. Pauly. "Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging." *Magnetic resonance in medicine* 58.6 (2007): 1182-1195.
- [3] Jerri, Abdul J. "The Shannon sampling theorem—its various extensions and applications: A tutorial review." *Proceedings of the IEEE* 65.11 (1977): 1565-1596.
- [4] Kim, Seung-Jean, et al. "An efficient method for compressed sensing." *Image Processing, 2007. ICIP 2007. IEEE International Conference on*. Vol. 3. IEEE, (2007).
- [5] Candes, Emmanuel, and Justin Romberg. "Signal recovery from random projections." *Proc. SPIE*. Vol. 5674. (2005).
- [6] D. L. Dohono and Yaakov Tsaig, "Fast solution of L1-Norm Minimization Problems When the Solution May Be Sparse," *IEEE Trans on Information Theory*, Vol.54, No.11, pp. (2008): 4789-4812
- [7] Daubechies, Ingrid, Michel DeFrise, and Christine De Mol. "An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint." *Communications on pure and applied mathematics* 57.11 (2004): 1413-1457.
- [8] Tsai, Chi-Ming, and Dwight G. Nishimura. "Reduced aliasing artifacts using variable-density k-space sampling trajectories." *Magnetic resonance in medicine* 43.3 (2000): 452-458.
- [9] 대한자기영상공명과학회 '자기공명영상학', (2008), 일조각
- [10] Osher, Stanley, et al. "An iterative regularization method for total variation-based image restoration." *Multiscale Modeling & Simulation* 4.2 (2005): 460-489.
- [11] Do, Thong T., et al. "Distributed compressed video sensing." *Image Processing (ICIP), 2009 16th IEEE International Conference on*. IEEE, 2009.
- [12] Jang, Ung, and Dosik Hwang. "High-quality multiple T2 (*) contrast MR images from low-quality multi-echo images using temporal-domain denoising methods." *Medical physics* 39.1 (2011): 468-474.
- [13] Doneva, Mariya, et al. "Compressed sensing reconstruction for magnetic resonance parameter mapping." *Magnetic Resonance in Medicine* 64.4 (2010): 1114-1120.
- [14] Pati, Yagyensh Chandra, Ramin Rezaifar, and P. S. Krishnaprasad. "Orthogonal matching pursuit: Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition." *Signals, Systems and Computers, 1993. 1993 Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on*. IEEE, 1993.
- [15] Ji, Shihao, David Dunson, and Lawrence Carin. "Multitask compressive sensing." *Signal Processing, IEEE Transactions on* 57.1 (2009): 92-106.
- [16] Bilgic, Berkin, Vivek K. Goyal, and Elfar Adalsteinsson. "Multi-contrast reconstruction with Bayesian compressed sensing." *Magnetic Resonance in Medicine* 66.6 (2011): 1601-1615.
- [17] Menzel, Marion I., et al. "Accelerated diffusion spectrum imaging in the human brain using compressed sensing." *Magnetic Resonance in Medicine* 66.5 (2011): 1226-1233.
- [18] Ma, Dan, et al. "Magnetic resonance fingerprinting." *Nature* 495.7440 (2013): 187-192.



- [19] Jang, Jinseong, et al. "Iterative Compressed Sensing Reconstruction Using Forward Model Based on MR Multi-Parameter." Proceedings of the 23 Annual Meeting of ISMRM. (2014): 4283
- [20] Eo, Taejoon, et al. "Effective Data Sharing Method for Extreme Cartesian Undersampling in MRF." Proceedings of the 23 Annual Meeting of ISMRM. (2014): 4286
- [21] Cukur, Tolga, and Dwight G. Nishimura. "Multiple repetition time balanced steady-state free precession imaging." Magnetic Resonance in Medicine 62.1 (2009): 193-204.
- [22] Wu, Yin, et al. "Accelerated MR diffusion tensor imaging using distributed compressed sensing." Magnetic Resonance in Medicine 71.2 (2014): 763-772.
- [23] Chen, Henry S., Angshul Majumdar, and Piotr Kozlowski. "Compressed sensing CPMG with group-sparse reconstruction for myelin water imaging." Magnetic Resonance in Medicine 71.3 (2014): 1166-1171..
- [24] Pruessmann, Klaas P., et al. "SENSE: sensitivity encoding for fast MRI." Magnetic resonance in medicine 42.5 (1999): 952-962
- [25] Griswold, Mark A., et al. "Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (GRAPPA)." Magnetic Resonance in Medicine 47.6 (2002): 1202-1210.
- [26] DeLaPaz, Robert L. "Echo-planar imaging." Radiographics 14.5 (1994): 1045-1058.



장진성

- 2012년 2월 연세대학교, 전기전자공학, 공학사
- 2013년 3월~현재 연세대학교 전기전자 공학과 박사 과정

〈관심 분야〉

의료 영상 획득 처리 및 영상 재구성



황도식

- 1997년 2월 연세대학교, 전기공학, 공학사
- 1999년 2월 연세대학교 대학원, 전기공학, 공학석사
- 2006년 5월 University of Utah, Bioengineering, 공학박사
- 2006년~2008년 University of Colorado Health Science Center, 박사후연구원
- 2008년 9월~2013년8월 연세대학교, 전기전자공학과, 조교수
- 2013년9월~현재 연세대학교 전기전자공학과 부교수

〈관심분야〉

의료영상 획득, 처리 및 영상재구성, 생체신호처리

무선통신에서의 압축센싱 응용

I. 서론

데이터 처리는 디지털 무선통신 시스템에서 중요한 부분으로서, 원래의 신호 전체에 대한 샘플링이 먼저 이루어진 후 데이터 압축이 수행되던 기존의 접근 방식과 달리 최근 대부분의 연구에서는 적은 수의 샘플로 신호의 속성을 수집하는 기법에 집중하고 있다. 나이퀴스트 샘플링 이론에서 신호를 완벽하게 복구하기 위해서는 샘플링율이 원신호의 최대 주파수보다 2배 이상 되어야 한다고 알려져 있다. 하지만 나이퀴스트 샘플링 이론을 기반으로 샘플링 할 경우, 광대역 신호와 같이 넓은 대역폭을 사용할 때 샘플링 율이 매우 높아야 한다는 문제점을 가지고 있다. 이를 극복하기 위해 Donoho와 Candes가 신호의 성긴 (Sparse) 성질을 이용하는 압축센싱 (Compressed Sensing 또는 Compressive Sensing) 이론을 제안하였다. 압축센싱은 데이터 획득 기법에 대한 새로운 접근 방식으로 신호가 Sparse한 성질을 가지고 측정 행렬이 Incoherent한 조건을 만족시키면, 나이퀴스트 율보다 적은 수의 샘플로부터 원래의 신호를 복원할 수 있다는 이론이다^[1]. 현재까지 많은 연구들은 측정 행렬, 복원 알고리즘, 복구의 신뢰성 등 여러 측면에서 압축센싱 기술을 제안하고 향상시켜왔으며, 실제로 압축센싱은 화상 처리, 무선통신 등 여러 응용 분야에서 상당한 성능 향상을 가져왔다.

단순히 s 개의 계수로 표현될 수 있는 임의의 이산 신호 $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ 을 고려해 보자. 압축센싱은 센싱 변환을 통해 측정벡터 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ 를 계산함으로써 수행되고, 다음과 같은 수식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 \tag{1}$$

여기서 \mathbf{A} 는 $m \times n$ 측정 행렬이다. 식 (1)과 같이 압축센싱 기법이



김 태 연
승실대학교
정보통신전자공학부



응 웬 투 랑 녹
승실대학교
정보통신전자공학부



신 요 안
승실대학교
정보통신전자공학부

모델링되었을 때 두 가지 질문이 있을 수 있다.

- 가장 적합한 측정 행렬은 무엇이며, 그러한 측정 행렬이 만족시켜야 하는 성질은 무엇인가?
- 효율적인 복구 알고리즘은 무엇이 있는가?

두 질문에 대한 답을 찾기 위해 측정 행렬과 복구 알고리즘 관점에서 수많은 연구가 진행되었다. 압축센싱에서 이용될 수 있는 적합한 측정 행렬은 랜덤(Random) 행렬^[1-2]과 결정적(Deterministic) 행렬^[3-6]로 나뉘질 수 있다. 한편 압축센싱에서 복구 알고리즘에 대한 두 가지 접근 방식이 있다. 첫번째 접근 방식은 Convex 문제를 풀거나 Relaxation하는 것이다^[7-10].

두번째 방식은 반복적 기법을 이용하여 원래의 신호를 수학적으로 계산해내는 Greedy 알고리즘을 이용하는 것이다^[11-16].

본 논문에서는 압축센싱 배경 이론에 대한 소개를 하고, AIC (Analog-to-Information Converter), 채널 추정, 인지무선 네트워크, 무선측위 등 무선통신 시스템에서의 압축센싱 응용에 대해 중점적으로 다룬다.

이를 위해 II장에서는 Sparse한 신호 표현, 복원 알고리즘, 복구의 신뢰성 등 압축센싱 이론의 핵심에 대해 소개한다. III장에서는 무선통신에서의 압축센싱 응용에 대한 내용을 다루며, 마지막 IV장에서는 논문의 결론을 짓는다.

II. 압축센싱의 기본 이론

1. Sparse한 신호 표현

본 논문에서는 복원하기 위한 임의의 신호를 \mathbf{x}_0 , \mathbf{A} 는 $m \times n$ 측정 행렬, 그리고 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0$ 는 $m \times 1$ 측정 벡터라고 가정한다. 임의의 벡터 $\mathbf{x} = (x_i)_{i=1}^n \in \mathbb{R}^n$ 의 ℓ_p -norm은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p\right)^{1/p}, \quad p > 0 \quad (2)$$

여기서 $p=0$ 일 때, ℓ_p -norm은 0이 아닌 원소의 개수로 $\|\mathbf{x}\|_0 = \#\{i : x_i \neq 0, i = 1, \dots, n\}$ 와 같이 표현된다. 그리고 만약 임의의 신호 벡터 \mathbf{x} 가 $\|\mathbf{x}\|_0 \leq s$ 와 같이 표현되면 \mathbf{x} 를 s -sparse 신호라고 부른다.

$\Sigma_s = \bigcup_{|S| \leq s} \Sigma_S$ 를 모든 s -sparse 벡터의 집합이라고 하자. 다시 말해, 집합의 모든 벡터들이 s 개 이하의 0이 아닌 원소를 가지는 집합을 의미한다. 여기서 Σ_S 는 각 인덱스 $S \subseteq [1:n]$ 에 대하여 $\Sigma_S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : x_i = 0, i \notin S\}$ 로 표현될 수 있다.

압축센싱은 측정하고자 하는 신호가 성긴 신호이며 측정 행렬이 Incoherent할 경우, 나이퀴스트율보다 적은 수의 샘플로도 원래의 신호를 복원할 수 있다는 이론이다

2. 주요 알고리즘들의 접근 방식

임의의 s -sparse 신호를 $\mathbf{x}_0 \in \Sigma_s$, $m \times n$ 측정 행렬을 \mathbf{A} , 그리고 \mathbf{x}_0 로부터 선형 변환을 통해 추출된 측정 벡터를 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^m$ 라고 하면, ℓ_0 -minimization은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (3)$$

ℓ_0 -minimization을 이용한 복원은 완벽하게 원래의 신호를 복구할 수 있지만 모든 경우의 s -sparse 벡터를 점검해야 하는 NP-hard 문제가 되기 때문에 실용적이지 않다. 한편, ℓ_1 -minimization은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (4)$$

또는

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{x}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon \quad (5)$$

식 (4), (5)는 둘 다 Convex 문제들이기 때문에, 원래의 Sparse한 신호 $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ 를 복원할 수 있는 가능성이 존재한다. 그리고 $0 < q < 1$ 에서의 ℓ_q -minimization은 다음과 표현된다.



$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{x}\|_q \text{ s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (6)$$

식 (6)은 Non-convex 문제이지만, ℓ_q -minimization을 위해 이용될 수 있는 많은 측정 행렬들이 존재하고 높은 차원의 신호를 다룰 때 여러 장점이 있다.

\mathbf{x} 를 완벽하게 복원하기 위해 측정 행렬 \mathbf{A} 가 가져야 할 성질을 RIP (Restricted Isometry Property)라고 부른다^[1]. 임의의 행렬 $\mathbf{A}_{M \times N}$ 가 s -sparse 벡터에 대하여 s 차 RIP를 가지기 위한 조건은 다음과 같다.

$$(1 - \delta_s) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_s) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (7)$$

여기서 δ_s 값의 범위는 $0 < \delta_s < 1$ 이고, δ_s 를 RIC (Restricted Isometry Constant)라고 부른다. RIC에 대한 구체적인 내용은 [17]-[19]에 잘 정리되어 있다.

만약 측정 행렬 \mathbf{A} 가 $\delta_{2s} < \sqrt{2} - 1$ 를 만족하면, 식 (4)의 ℓ_1 -minimization을 계산하여 \mathbf{x}_0 를 복원할 수 있다. RIP가 중요한 이유는, 측정 행렬이 RIP를 만족하면 ℓ_1 -minimization을 통해 원래의 Sparse한 신호를 정확하고 유일하게 복원할 수 있는 필요충분 조건이기 때문이다.

ℓ_q -minimization과 관련해 잘 알려진 성질은 NSP (Null Space Property)라고 부르며, 식 (6) ℓ_q -minimization을 계산하여 모든 Sparse한 벡터를 정확하게 복원하기 위한 필요충분 조건이다^[18]. 다음과 같은 조건을 만족시키면 측정 행렬 \mathbf{A} 가 NSP를 만족한다.

$$\forall \mathbf{v} \in \ker \mathbf{A} \setminus \mathbf{0}, \forall |S| \leq s, \|\mathbf{v}_S\|_q < \|\mathbf{v}_{S^c}\|_q \quad (8)$$

$\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 를 포함하고 있는 임의의 행렬 \mathbf{A} 에 대해 \mathbf{A} 의 Coherence $\mu(\mathbf{A})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{i \neq j} |\langle \mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j \rangle|, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

주어진 행렬의 Coherence 값이 작으면 RIP를 가진다는 것을 의미하기 때문에 Coherence 성질은 측정 행렬 구성하는데 있어 중요한 역할을 한다^[10].

3. 압축센싱의 기본 구성

앞서 언급한 압축센싱에 대한 기본적인 두 가지 질문에 답하기 위해 본 절에서는 다음과 같이 압축센싱의 기본적인 구성을 정리한다. 첫 번째에서는 어떤 행렬들이 원래의 신호를 복원할 수 있고, 그 행렬들이 어떤 성질을 가져야 하는지 알아본다. 두 번째 부분에서는 높은 확률로 원래의 신호를 복원할 수 있는 기존의 알고리즘에 대해 논의한다.

3.1. 측정 행렬의 구성

[2]에서는 s -term Approximation과 관련된 Sparsity s 의 상한을 보여주는데, 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$s \leq C \cdot m \log(n/m) \quad (10)$$

여기서 $C > 0$ 이다. 위 식 (10)에서의 상한과 RIP를 만족시키기 위해서 여러 측정 행렬이 제안되었다. 임의의 행렬이 RIP 조건을 만족시킬 때, 그러한 행렬의 원소들은 특정 확률 분포에 의해 랜덤하게 정해지기 때문에 첫 번째로 랜덤 측정행렬이 높은 확률로 Sparse한 신호를 완벽하게 복원할 수 있다. 두번째로 만약 $m \times n$ 측정 행렬 \mathbf{A} 의 원소들이

$$P(\mathbf{A}_{ij} = \pm \frac{1}{\sqrt{m}}) = \frac{1}{2}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

같은 Bernoulli 확률 분포에 의해 독립적으로 정해질 때 측정 행렬 \mathbf{A} 는 RIP의 조건을 만족시키고, $\gamma > 0$ 일 때 $1 - O(e^{-\gamma})$ 의 확률로 원래의 신호를 완벽하게 복원할 수 있다. 또한 특정 측정 행렬은 Sparsity s 의 상한이 식 (10)과 다를 수 있다. 예를 들어, Fourier 행렬의 경우 Sparsity s 의 상한은 $s \leq C \cdot m / \log(n)^4$ 이 되고, Incoherent 행렬의 경우 $s \leq C \cdot \frac{1}{\mu(\mathbf{A})} \cdot \frac{m}{(\log n)^4}$ 이 되어 식 (10)에서 언급한 상한과 다름에도 불구하고 이러한 행렬들은 RIP 조건을 잘 만족시킬 수 있다. 따

측정 행렬이 RIP를 만족하면 ℓ_1 최소화를 통해 성긴신호를 정확하게 유일하게 복원할 수 있으며, 이러한 측정 행렬에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다

라서 Fourier, Incoherent 행렬 등과 같은 측정 행렬은 높은 확률로 원래의 신호를 정확하게 복원할 수 있고 약간의 랜덤한 성질을 갖는다.

이러한 여러 성질에도 불구하고 랜덤 행렬을 측정 행렬로서 이용할 때 많은 단점을 가지고 있다. 먼저, 랜덤 측정 행렬은 저장 공간에 대한 비용이 크게 발생한다. 두 번째로 지금까지 랜덤 측정 행렬에 대한 RIP 조건을 테스트하기 위해 이용할 수

있는 효율적인 알고리즘이 존재하지 않는다. 따라서 랜덤 측정 행렬에 대한 문제점을 해결하기 위해 통계적으로 RIP 조건을 만족시키는 결정적 (Deterministic) 행렬이 측정 행렬로 제안되고 있다. 대부분의 결정적 측정 행렬들은 Coherence 성질을 기반으로 구성되어 있고 빠른 복구 알고리즘이 효율적으로 사용될 수 있는 독특한 구조를 가지고 있다. 예를 들어, Chirp Sequence^[20], 2차 Reed-Muller Code에 의해 형성된 실수 측정 행렬^[21], 통계적 RIP를 만족시키는 측정 행렬^[22], Hash 함수와 Extractor Graph를 이용한 이진 측정 행렬^[23] 등이 제안되었다. 이러한 행렬에 대한 구체적인 내용은 [24]에 잘 정리되어 있다. RIP 조건을 만족시키지 않지만, 위에 언급한 결정적 측정 행렬들은 여러 장점들을 가지고 있어 최근 많은 관심을 받고 있다.

3.2. 복구 알고리즘

식 (4)에서 목적 함수가 Convex 함수이기 때문에 Local Minimizer들이 Global Minimizer가 되고 l_1 -minimization 문제를 직접 풀 수 있다. 그러나 l_1 -minimization 문제의 경우 많은 시간을 소비해야 된다는 문제점을 가지고 있기 때문에 다른 수학적 복구 알고리즘이 연구되고 있다. 기본적으로 l_1 -minimization 문제는 Slack Variable t_1, \dots, t_n 을 이용해 다음과 같이 선형 최적화 문제로 재 공식화할 수 있다.

$$\min \sum_{i=1}^n t_i \text{ s.t. } \mathbf{x} - \mathbf{t} \leq 0, -\mathbf{z} - \mathbf{t} \leq 0, \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (11)$$

임의의 측정 행렬이 RIP 조건을 만족시키고 RIC가

충분히 작으면, 여러 Greedy 알고리즘은 Sparse한 신호를 정확하게 복원할 수 있다. 이러한 Greedy 알고리즘에는 MP (Matching Pursuit), OMP (Orthogonal Matching Pursuit), ROMP (Regularized OMP), StOMP (Stagewise OMP), SP (Subspace Pursuit), CoSaMP (Compressive Sampling MP) 등이 있다. 그 중 OMP 알고리즘은 간단하고 뛰어난 성능으로 인해 가장 폭넓게 이용되고 있다. OMP

RIP 조건이 만족될 때, MP나 OMP와 같은 Greedy 알고리즘을 통해 성긴 신호를 정확히 복원할 수 있다

알고리즘에서 측정 행렬에 대해 $m \geq Cs \log(n/\delta_s)$ 이고 $\delta_s \in (0, 0.36)$ 이라면, $1 - 2\delta_s$ 이상의 확률을 가지고 식 (4)로부터 x_0 를 복원할 수 있다^[25]. [26]에서는 OMP 알고리즘을 이용하여 유일한 해를 얻기 위해 만족시켜야 하는 조건 $\delta_{s+1} < \frac{1}{3\sqrt{s}}$ 을 제안하였으며, 더불어 복구 성능을 향상시키기 위한 조건으로 $\delta_{s+1} < \frac{1}{\sqrt{s+1}}$ 을 제시하였다.

식 (6)의 l_q -minimization 문제는 측정 행렬 A 가 l_q 와 관련된 NSP 조건을 만족시키면 유일한 해를 얻을 수 있다. l_q -minimization 문제의 장점은, 구현이 쉽고 유일한 해를 구할 수 있으며 복구 알고리즘에서 이용될 수 있는 다양한 형태의 측정 행렬이 존재한다는 것이다. 그러나 직접적으로 l_q -norm을 다루기는 쉽지 않다는 문제점을 가지고 있다. 게다가 식 (6)은 근사화를 필요로 한다. 압축센싱에서의 l_q -minimization 문제에 대하여 수학적 접근 방법은 [27]에서 찾아볼 수 있다. 그러한 알고리즘은 재가중치 (Reweighted) l_1 알고리즘, 재가중치 l_2 알고리즘, 재가중치 l_1/l_2 알고리즘 등 총 세 가지로 분류할 수 있다.

4. 강인성과 안정성

4.1. 정의

압축센싱에서 신호 복원에 대한 안정성 (Stability)은 복구 오류가 복원을 통해 얻어진 신호와 원래 Sparse한 신호의 거리 차에 의해 결정되는 것을 의미한다. 좀



더 자세히 살펴보면, 주어진 임의의 벡터 $\mathbf{x} \in R^n$ 에 대해 $0 < q \leq 1$ 일 때, s -sparse 벡터 \mathbf{x}_0 에 의한 최적의 근사 ℓ_q -error는 $\sigma_s(\mathbf{x})_q = \inf\{\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}\|_q, \|\mathbf{x}_0\|_0 \leq s\}$ 로 나타낼 수 있다. Reconstruction Map Δ 는 $\epsilon > 0$ 이고, $\delta > 0$ 이 존재할 경우, 양의 상수 C 에 대해 $\|\Delta(\mathbf{A}\mathbf{x}) - \mathbf{x}\|_q \leq C \cdot \sigma_s(\mathbf{x})_q$ 를 만족시키면 안정적이다.

한편 모든 $\mathbf{x} \in R^n$ 에 대하여 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \leq \epsilon$ 을 가진다고 가정하자. 그리고 $\mathbf{x} \in \Sigma_s(\mathbf{x})$ 일 때, 모든 양의 상수 D 에 대하여 $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2 \Rightarrow \|\Delta(\mathbf{y}) - \mathbf{x}_0\|_q \leq D\epsilon$ 을 만족시키면 강인하다 (Robust)고 정의한다.

4.2. 주요 정리

식 (4)의 ℓ_1 -minimization에 대한 안정성과 강인성은 다음의 정리들에 의해 규정될 수 있다^[28-29].

정리 1. $\delta_{3s} + 3\delta_{4s} < 2$ 를 만족시키는 $\mathbf{x}_0 \in \Sigma_s(\mathbf{x})$ 와 측정 행렬 \mathbf{A} 를 가정하자. 그러면 잡음의 상한이 $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \epsilon$ 로 주어졌을 때, 식 (5)의 해 \mathbf{x}^* 는 $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_0\|_2 \leq C \cdot \epsilon$ 를 따른다. 여기서 $\mathbf{e} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 - \mathbf{y}$, C 는 Sparsity s 에 의존하는 양의 상수이다.

정리 2. 정리 1의 가설 하에 측정 행렬 \mathbf{A} 가 $2s$ -RIP 조건을 만족 시키면, 식 (5)의 해 \mathbf{x}^* 는 다음 조건 $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_0\|_2 \leq C_{1,s} \cdot \epsilon + C_{2,s} \cdot \sigma_s(\mathbf{x}_0)_2$ 를 따른다. 여기서 $2s$ -RIP 조건은 $\delta_{2s} < \sqrt{2} - 1$ 을 의미하고, $C_{1,s}, C_{2,s}$ 는 Sparsity s 에 의존하는 양의 상수이다.

유사하게 식 (6)의 ℓ_q -minimization에 대한 안정성 및 강인성은 다음 정리들에 의해 요약할 수 있다.

정리 3. 주어진 q 가 $0 < q \leq 1$ 일 때, ℓ_q 와 관련한 s 차의 NSP_q 가 고정되어 있다고 가정하면 ℓ_q -minimization에 대해 ℓ_q 와 관련한 s 차 Instance Optimality는 고정된다. 다시 말해, $\forall \mathbf{x} \in R^n, \|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_0\|_q \leq C \sigma_s(\mathbf{x}_0)_q$ 조건을 따른다. 여기서 $\mathbf{x}^* \in \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{x}\|_q : \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0\}$, 이고, 상수 C 는 s, q 및 $\ker(\mathbf{A})$ 에 의존한다.

정리 4. q 가 $0 < q \leq 1$ 로 주어졌을 때, 임의의 벡터, $\mathbf{v} \in R^n$ 그리고 R^m 에서 주어진 q 범위 내 ℓ_q -norm $\|\cdot\|_q$ 에 대하여 $|S| \leq s, \|\mathbf{v}_S\|_q^q \leq c\|\mathbf{v}_S\|_q^q + d\|\mathbf{A}\mathbf{v}\|_q^q$ 를 가정하고 이러한 조건 $0 < c < 1, d > 0$ 을 만족시키는 양의 상수 c, d 를 가정하자. 그러면 모든 s -sparse한 벡터 $\mathbf{x} \in R^n$ 와 $\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \leq \epsilon$ 을 만족하는 벡터 $\mathbf{y} \in R^m$ 그리고 $\mathbf{x}^* \in \operatorname{argmin}\{\|\mathbf{x}\|_q : \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0\}$ 로 정의한 \mathbf{x}^* 에 대하여 $\|\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_0\|_q \leq D \cdot \epsilon$ 를 만족시키고 c, d 및 q 에 의존하는 양의 상수 D 가 존재한다.

압축센싱을 이용하여 ℓ_q Quasinorm을 통해 복원하는 경우의 안정성 및 강인성에 대한 다른 내용들은 [30]에 잘 정리되어 있다.

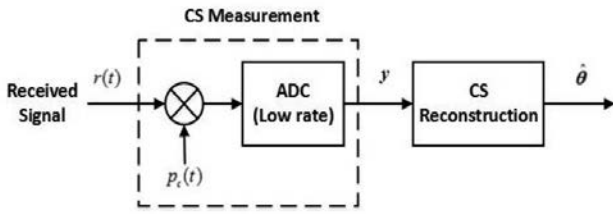
초고속 ADC를 특정 분야에서는 신호가 성기다는 성질을 이용한 압축센싱 기반 AIC로 대체하는 것이 가능하다

III. 압축센싱 기반의 무선통신 응용

지난 2011년 1월 전자공학회지 특집호를 통해 다뤘던 압축센싱의 무선통신 분야 응용에 이어, 본 고에서는 그 이후 연구된 무선통신 및 무선측위 분야에서의 압축센싱 응용에 대해 살펴보고자 한다.

압축센싱은 다양한 형태의 무선통신 시스템에서 적용되어 왔으며, 그러한 응용 분야는 두 가지 분야로 나눌 수 있다.

- 압축센싱의 직접 응용: 이 응용 분야에서는 풀고자 하는 문제가 압축센싱 문제로 수식화 되고, 원래의 신호를 복원하기 위해 복귀 알고리즘을 적용한다. 하지만 여기서는 현재 가지고 있는 정보와 관찰한 데이터 간의 선형 결합을 찾는 방법뿐만 아니라 적절한 Sparsity를 찾는 것 또한 관심사이다. 데이터 융합 (Data Fusion), 무선랜 또는 무선 센서 네트워크에서의 무선 측위, 인지 라디오 (Cognitive Radio) 네트워크 등이 이 카테고리의 사례로 들 수 있다.
- 압축센싱의 간접 응용: 이 카테고리에서는 압축센싱을 채널 추정 등과 같이 신호 획득에 있어서의 정확성을 향상시키기 위해 적용한다.



〈그림 1〉 랜덤 복호기를 이용한 압축센싱 기반의 AIC

1. AIC

ADC (Analog-to-Digital-Converter)는 아날로그 신호를 디지털 신호를 변환하는 장치로서 디지털 신호처리 및 디지털 무선통신 시스템에서 필수적이다. ADC는 나이퀴스트 샘플링 이론에 기초하여 신호의 최고 주파수의 2배 이상으로 샘플링 해야 한다는 내재적인 문제점을 지니고 있기 때문에, 최근 급격히 늘어나는 데이터 량에 따라 더 빠른 고속의 ADC가 필요하게 되었다. 한편 특정 응용 분야에서의 신호들은 다른 영역으로 변환하였을 때, 정보를 담고 있는 신호 성분이 극히 일부에 불과하고 나머지는 거의 0에 가까운 값을 갖는다^[31]. 이러한 성질을 이용하여 ADC의 문제점을 압축센싱 기반의 AIC (Analog-to-Information Converter)로 해결할 수 있다.

예를 들어, 무선통신 시스템에서는 압축센싱 기반의 AIC를 이용하면 고속의 ADC를 Random Projection과 저속의 ADC로 대체할 수 있다^[32]. 〈그림 1〉은 랜덤 복호기를 이용한 압축센싱 기반의 AIC를 도식화 한 것이다. 수신된 신호 $r(t)$ 는 랜덤 시퀀스 $p_r(t)$ 와 곱해져 저속의 ADC를 거치게 된다. 여기서 PN (Pseudo Random) 시퀀스와 ADC는 하나의 압축센싱 Measurement를 구성한다. 압축센싱 Measurement에서 나온 이산 신호 y 는 압축센싱 복원을 통해 기존의 방식에서 ADC를 처리 과정을 거쳐 얻으려고 했던 $\hat{\theta}$ 를 구할 수 있다.

2. 무선 채널 추정

채널 추정은 현재 무선통신 시스템에서 채널 상태 정

보 (Channel State Information)를 이미 알고 있다고 가정된 시나리오들이 대다수이기 때문에 중요한 기술로 다뤄진다. 보통 많이 사용되는 훈련 신호 기반 채널 추정 기법은 파일럿 신호를 이용하여 LS (Least Square)와 MMSE (Minimum Mean Square Error) 방식 등의 선형 복원 (Linear Reconstruction)에 기반한 기법들이 주를 이루고 있다^[33]. 이러한 선형 복원은 다중 경로 채널에서 채널 임펄스 응답의 탭의 개수가 많을 경우 최적의 성능을 내지만, 최근 많은 논문에서 MIMO (Multiple Input Multiple Output), UWB (Ultra Wide Band) 채널 등과 같이 매우 넓은 대역폭을 사용하는 경우 채널 임펄스 응답이 Sparse한 특성을 가진다는 사실이 밝혀졌다^[34-36]. 이러한 사실을 근거로 높은 차원의 신호 공간을 이용하는 무선통신 시스템의 경

우 채널 임펄스 응답이 Sparse한 특성을 가지게 되고, 비선형 복원 (Nonlinear Reconstruction) 알고리즘을 이용한 압축센싱 기반의 채널 추정 기법이 LS와 같은 선형 복원 알고리즘을 이용한 채널

추정 기법보다 여러 가지 성능 측면에서 우수하다는 것이 입증되었다^[37].

압축센싱을 이용한 비선형 복원 기반의 채널 추정 기법은 다음과 같이 간단한 형태로 모델링 될 수 있다. 전송된 신호 벡터를 $\alpha \in R^m$, 채널의 임펄스 응답의 벡터를 $x \in R^n$ 라고 하자. 여기서, x 는 Sparse한 채널을 가정하고 있기 때문에 $\|x\|_0 \ll n$ 이라는 조건을 만족시키면 수신된 신호 $y \in R^{m+n-1}$ 은 다음과 같은 수식으로 나타낼 수 있다^[38].

$$y = Xa + n \tag{14}$$

여기서 $n \in R^{m+n-1}$ 은 잡음 벡터를 나타내고, 벡터 α 와 $(m-n+1) \times m$ 크기의 Toeplitz 행렬 X 의 행렬 곱을 이용하여 전송된 신호 벡터 α 와 채널의 임펄스 응답 벡터 x 의 컨볼루션을 나타내었다. 여기서 더 나아가 (3)과 같이 수식을 모델링하기 위해서 (14)는 $(m-n+1) \times n$ Toeplitz 행렬 A 와 채널 임펄스 응답 벡터 x 의 행렬 곱



으로 다시 쓸 수 있다.

$$y = Ax + n \quad (15)$$

여기서 식 (15)는 식 (3)에 잡음 백터가 더해진 형태로 나타낼 수 있다. 랜덤한 Toeplitz 행렬은 특정 조건 하에 RIP를 만족시킬 수 있다는 것이 입증되었기 때문에^[39], 앞서 언급한 복원 알고리즘을 이용한 채널 추정이 가능하다.

최근 무선통신 시스템에 가장 많이 사용되고 있는 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 시스템에서 채널이 Sparse한 경우, 기존의 LS 기반의 선형 복원 대신 압축센싱 기반의 채널 추정에 대한 논문들이 제안되었다. Hui 등은 OFDM 시스템에서 채널이 Sparse할 경우, 압축센싱 기반의 복구 알고리즘 중 OMP 기법을 적용하여 성능을 분석하였다^[40]. 또한 OMP 알고리즘의 경우 정확도를 높이기 위해 적절한 임계값이 필요하기 때문에, [40]에서 가정된 시스템 모델에서 이론적으로 최적의 임계값을 유도하였다. Taubock 등은 OFDM과 같은 다중 반송파 시스템에서 이중 선택적 (Doubly-Selective) 채널을 추정할 때, 채널의 Sparse한 성질로 인해 발생할 수 있는 ICI (Inter-Carrier Interference)와 ISI (Inter-Symbol Interference)를 극복하기 위한 방법을 제안하였다^[41]. Lakshmi 등은 수중 음향 채널 채널에서 지연 확산과 도플러 편이로 인해 채널이 Sparse한 성질을 가질 때, Basic Pursuit De-noising 복구 알고리즘을 적용하고 LS, MMSE 등 기존의 선형 복원 알고리즘과 성능을 비교, 분석하였다^[42].

3. 인지 라디오 네트워크

인지 라디오 (Cognitive Radio; CR) 네트워크 내에서 2차 사용자는 1차 사용자의 통신 신뢰성을 보장하는 범위 내에서 해당 대역을 공유하여 사용해야 하기 때문에 무선 스펙트럼 환경에 대한 센싱이 필수적이다.

따라서 스펙트럼 센싱 기법은 특정 대역의 사용 여부를 파악하기 위해 신속하고 정확한 센싱이 요구되지만, 나이퀴스트 샘플링 이론에 기반 하여 광대역 센싱이 수행되어야 하기 때문에 샘플링 율이 높아진다는 문제점을 가진다. 한편, CR 기술이 도입된 중요한 동기 중 하나는 이미 할당된 주파수 대역에서 지역적, 시간적으로 사용하고 있지 않은 대역들의 부분들이 많다는 것이다. 이러한 측면에서 광대역 스펙트럼 센싱을 할 때 스펙트럼은 Sparse한 특성을 갖게 된다. 최근 이러한 Sparse한 성질을 이용하여 앞서 언급한 샘플링 율을 낮추기 위해 압축센싱 기반의 스펙트럼 센싱이 소개되었다^[43-44].

압축센싱 기반의 스펙트럼 센싱에서 성능을 향상시키기 위한 노력 중 하나로 다중 CR 수신기들을 이용하여

광대역 스펙트럼 영역이 성긴 특성을 갖는다는 특성을 이용하여 압축센싱 기반 스펙트럼 센싱이 가능하며, RSS 및 Radio Map을 이용한 압축센싱 기반 무선 표적 측위도 가능하다

협력적 다이버시티를 얻을 수 있는 압축센싱 기반의 분산적 스펙트럼 센싱 기법들이 제안되었다^[45-47]. 압축센싱 기반의 분산적 스펙트럼 센싱 기법들은 비분산적 압축센싱 기반의 시스템보다 성능을 향상시키기 위해 결합

Sparsity와 공간 다이버시티를 활용한다. [45]에서 분산적 압축 센싱을 이용한 광대역 스펙트럼 센싱 기법은 같은 광대역 신호를 각 다중 CR 수신기들의 AIC를 통해 센싱하고, 자기 상관 백터를 생성하여 스펙트럼의 사용 여부를 판단한다. 게다가 시간에 따라 변화하는 스펙트럼 환경을 고려하여 동적 샘플링 율을 적용한 기법들이 제안되었다^[48-50]. CR 네트워크 내에서 시간에 따라 변하는 스펙트럼 환경으로 인해 신호의 Sparsity 또한 변하게 되어 최적의 압축센싱 율은 고정된 값이 아니다. 따라서 [48]에서는 동적으로 최적의 압축센싱 율을 찾아내고 비사용 대역을 판단하는 시스템 체계를 소개하고 있다.

4. 무선랜에서 다중 표적 무선측위

무선랜 네트워크 내에 M 개 AP (Access Point), N 개 RP (Reference Point), 그리고 L 개 이용 가능한 AP들로부터 수신 신호 세기 (Received Signal Strength;

RSS)를 측정할 수 있는 K 개 모바일 장치가 있다고 가정하자. 문제는 AP들로부터 읽어 들인 RSS 정보를 이용하여 모바일 장치들이 어떻게 그들 자신의 위치를 추정할 수 있는가에 대한 것이다. 압축센싱 기반의 무선측위 시스템은 두 개의 단계로 구성된다^[52].

- 오프라인 단계: 라디오 맵 (Radio Map), 즉 Fingerprint 데이터베이스가 생성되고, Fingerprint RSS 벡터들의 개수를 줄이기 위하여 클러스터들을 생성하는데 Affinity Propagation 알고리즘이 적용된다.
- 온라인 단계: 라디오 맵에 기반 하여 먼저 모바일 장치는 RP들의 클러스터들을 선택함으로써 관심 있는 지역을 더 작은 지역으로 좁히기 위해 거친 추정을 실시한다. 그 뒤 환경이 좋은 추정 단계에서의 문제는 Sparse한 신호의 복원 문제로 무선측위 정밀도를 개선하기 위해 압축센싱을 이용하여 재공식화 된다.

수학적인 측면에서 보면, 전체 K 개의 0이 아닌 원소들 중 가지고 있는 기준선망 위에 표적들의 위치가 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]$ 하자. 여기서 θ 각각의 0이 아닌 원소들의 인덱스들은 표적의 실제 위치들을 나타낸다. 무선측위 과정은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$y = \Phi \Psi \theta + N = H \theta + N \quad (12)$$

여기서 $y \in R^L$ 는 L 개 AP들에서 측정된 측정 벡터이고, $\Phi \in R^{L \times M}$ 는 L 개 AP들을 선택하는 AP Selection Operator, $\Psi = [\Psi_{ij}]_{1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N} \in R^{M \times N}$ 는 j 번째 기준선망으로부터 전송되고 i 번째 AP에 의해 수신된 RSS 값을 나타낸다. 각각의 원소 $\Psi_{i,j}$ 는 [51]에서의 원거리 경로 손실 모델을 적용하여 얻어진다. 한편 N 은 $N(0, \sigma^2)$ 의 가우시안 분포를 따르는 잡음 성분이다. 이러한 공식화 후에는 직교 기법^[53] 혹은 최적화 문제^[11]에 의해 표적의 위치를 찾아낼 수 있다.

5. 무선 센서 네트워크에서 압축센싱 기반의 분산적 데이터 융합

N 개 노드들로 구성된 무선 센서 네트워크를 고려하자. 각 노드의 측정 데이터는 S_i 이다. S_i 가 Sparse하고 가정하면 Sparse한 기저 Ψ 를 이용해 $S_i = \Psi \Phi_i$, $i=1, \dots, N$ 로 표현될 수 있다. 여기서 i 번째 타겟들의 위치 θ_i 는 $\|\theta_i\|_0 \leq k_i$ 이다. 센서 노드가 S_i 를 받은 후에 시스템은 측정 행렬 Φ 를 통해 정보를 얻을 수 있고, 다음과 같이 $X_i = \Phi S_i = \Psi \Phi \theta_i$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 Φ 와 Ψ 사이의 Mutual Coherence는 작다. $A = \Phi \Psi$ 라 하면, 다음과 같은 ℓ_1 -minimization Problem을 통해 해를 구함으로써 각 벡터의 Sparse한 계수들을 찾을 수 있다^[25].

$$\min \|\theta_i\|_1 \quad \text{s.t. } y_i = \Phi \Psi \theta \quad (13)$$

θ_i^* 을 식 (11)의 해라고 하면, 복원된 타겟의 데이터 \hat{S} 는 $\hat{S} = \sum_{i=1}^N w_i S_i^*$ 이다. 여기서 w_i 는 최적의 가중치 벡터이고 $S_i = \Psi \theta_i^*$ 이다.

IV. 결론

본 논문에서는 최근 데이터 처리 분야에서 관심이 집중되고 있는 압축센싱에 대한 배경 이론과 무선통신 시스템에서의 응용에 대해 살펴보았다. 전반부에서는 압축센싱의 측정 행렬을 어떻게 구성할 것인지에 대한 내용과 효율적인 복원을 위한 기존의 복구 알고리즘에 대해 중점적으로 다뤘다. 후반부에서는 무선통신 시스템에서 압축센싱이 응용될 수 있는 분야에 대해서 살펴보았다.

요즘과 같은 빅 데이터 시대에 압축센싱 이론은 데이터를 효율적으로 처리할 수 있는 방법을 제시해주는 새로운 접근 방법이라 할 수 있다. 아직도 압축센싱 이론에서 해결해야 할 문제들이 많이 있지만, 꾸준한 관심이 집중되고 있기 때문에 신호처리, 무선통신 등 여러 분야에 널리 실용적으로 응용될 날이 앞당겨지고 있다.



감사의 글

본 연구는 미래창조과학부가 지원한 2014년 정보통신·방송(ICT) 연구개발사업의 연구결과로 수행되었음.

참고 문헌

- [1] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [2] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb. 2006.
- [3] R. Calderbank, S. Howard, and S. Jafarpour, "Construction of a large class of deterministic sensing matrices that satisfy a statistical isometry property," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 4, no. 2, pp. 358–374, Apr. 2010.
- [4] R. DeVore, "Deterministic constructions of compressed sensing matrices," *Jour. Complexity*, vol. 23, no. 4–6, pp. 918–925, Aug. 2007.
- [5] S. Li, F. Gao, G. Ge, and S. Zhang, "Deterministic construction of compressive sensing matrices via algebraic curves," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 58, no. 8, pp. 5035–5041, Aug. 2012.
- [6] M. A. Tsfasman and S. G. Vladu, *Algebraic-Geometric Codes*, in *Math. Appl. (Soviet Series)*, vol. 58, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [7] T. Blumensath, and M.E. Davies, "Gradient pursuits," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 56, no. 6, pp. 2370–2382, June 2008.
- [8] E. Candes and J. K. Romberg, "Practical signal recovery from random projections," *Proc. SPIE5674: Comput. Imaging III*, May 2005.
- [9] D. Donoho and J. Tanner, "Sparse nonnegative solution of underdetermined linear equations by linear programming," *Proc. PNAS*, vol. 102, no. 27, pp. 9446, Mar. 2005.
- [10] E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," *Commun. Pure Applied Math.*, vol. 59, no. 8, pp. 1207–1223, Aug. 2006.
- [11] D. L. Donoho, Y. Tsaig, I. Drori, and J.-L. Starck, "Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 58, no. 2, pp.1094–1121, Feb. 2012.
- [12] S. G. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, Dec. 1993.
- [13] D. Needell and J. A. Tropp, "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Applied & Comput. Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp. 301–321, May. 2009.
- [14] D. Needell and R. Vershynin, "Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit," *Foundations Comput. Math.*, vol. 9, no. 3, pp. 317–334, June 2009.
- [15] D. Needell and R. Vershynin, "Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit," *IEEE Jour. Selected Topics in Signal Proc.*, vol. 4, no. 2, pp. 310–316, Feb. 2010.
- [16] M. Rabbat, J. Haupt, A. Singh, and R. Nowak, "Decentralized compression and predistribution via randomized gossiping," *Proc. IPSN 2006*, pp. 51–59, New York, USA, Apr. 2006.
- [17] S. Foucart and M. J. Lai, "Sparsest solutions of underdetermined near systems via q -minimization for $0 < q < 1$," *Applied & Comput. Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp. 395–407, May 2009.
- [18] S. Foucart, "A note on guaranteed sparse recovery via minimization," *Applied & Comput. Harmonic*

- Analysis, vol. 29, no. 1, pp. 97–103, July 2010.
- [19] T. T. Cai, L. Wang, and G. Xu, “New bounds for restricted isometry constants,” *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 56, no. 9, pp. 4388–4394, Sept. 2010.
- [20] L. Applebaum, S. D. Howard, S. Searle, and R. Calderbank, “Chirp sensing codes: Deterministic compressed sensing measurements for fast recovery,” *Applied & Comput. Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 2, pp. 283–290, Mar. 2009.
- [21] S. D. Howard, A. R. Calderbank, and S. J. Searle, “A fast reconstruction algorithm for deterministic compressive sensing using second order Reed–Muller codes,” *Proc. CISS 2008*, pp. 11–15, Princeton, USA, Mar. 2008.
- [22] R. Calderbank, S. Howard, and S. Jafarpour, “Construction of a large class of deterministic sensing matrices that satisfy a statistical isometry property,” *IEEE Jour. Selected Topics in Signal Proc.*, vol. 4, no. 2, pp. 358–374, Feb. 2010.
- [23] R. Berinde, A. C. Gilbert, P. Indyk, H. Karloff, and M. J. Strauss, “Combining geometry and combinatorics: a unified approach to sparse signal recovery,” *Proc. 46th Annual Allerton Conf. Commun., Control, & Comput.*, pp. 798–805, Urbana–Champaign, USA, Sept. 2008.
- [24] T. L. N. Nguyen and Yoan Shin, “Deterministic sensing matrices in compressive sensing: A survey,” *The Scientific World Jour.*, vol. 2013, article ID 192795, Nov. 2013.
- [25] J. Tropp and A. Gilbert, “Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit,” *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec. 2007.
- [26] M. A. Davenport and M. B. Wakin, “Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property,” *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 56, no. 9, pp. 4395–4401, Sept. 2010.
- [27] T. L. N. Nguyen and Y. Shin, “Approximating sparse solutions for ℓ_1 -norm in compressive sensing,” *Proc. IEEE APWCS 2013*, Seoul, Korea, August 2013.
- [28] E. J. Candes and T. Tao, “Decoding by linear programming,” *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, Dec. 2005.
- [29] E. J. Candes, J. K. Romberg, and T. Tao, “Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements,” *Commun. Pure & Applied Math.*, vol. 59, no. 8, pp. 1207–1223, Mar. 2006.
- [30] T. L. N. Nguyen and Yoan Shin, “Combining stability and robustness in reconstruction problems via quasinorm using compressive sensing,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E97–A, no. 3 pp. 894–898, Mar. 2014.
- [31] E. Candes, “Compressive Sampling,” *Proc. Int’l Congress of Math.*, Aug. 2006.
- [32] Y. Lu, W. Guo, X. Wang, and W. Wang, “Distributed streaming compressive spectrum sensing for wide-band cognitive radio networks,” *Proc. VTC 2011–Spring*, Yokohama, Japan, May 2011.
- [33] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, and A. Bahai, “Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems,” *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229, Sept. 2002.
- [34] A. F. Molisch, “Ultra-wide-band propagation channels,” *Proc. IEEE*, vol. 97, no. 2, pp. 353–371, Feb. 2009.
- [35] N. Czink, X. Yin, H. Ozelik, M. Herdin, E. Bonek, and B. Fleury, “Cluster characteristics in a MIMO indoor propagation environment,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 4, pp. 1465–1475, Apr. 2007.
- [36] W. U. Bajwa, J. Haupt, G. Raz, and R. Nowak, “Compressed channel sensing,” *Proc. Annual Conf. Info. Science Syst.*, pp. 5–10, Princeton, USA, Mar. 2008.



- [37] W. Bajwa, J. Haupt, A. Sayeed, and R. Nowak, "Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels," *Proc. IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1058–1076, June 2010.
- [38] K. Hayashi, M. Nagahara, and T. Tanaka, "A user's guide to compressed sensing for communications systems," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E96–B, no. 3, pp. 685–712, Mar. 2013.
- [39] J. Haupt, W. U. Bajwa, G. Raz, and R. Nowak, "Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 56, no. 11, pp. 5862–5875, Nov. 2010.
- [40] H. Xie, G. Andrieux, Y. Wang, J.F. Diouris, S. Feng, "A novel effective compressed sensing based sparse channel estimation in OFDM system," *Proc. IEEE ICSPCC 2013, Kunming, China, Aug. 2013*.
- [41] G. Taubock, F. Hlawatsch, D. Eiwien, and H. Rauhut, "Compressive estimation of doubly selective channels in multicarrier systems: Leakage effects and sparsity-enhancing processing," *IEEE Jour. Selected Topics in Signal Proc.*, vol. 4, no. 2, pp. 255–271, Apr. 2010.
- [42] K. Lakshmi, P. Muralikrishna, and K. P. Soman, "Compressive estimation of UWA channels for OFDM transmission using iterative sparse reconstruction algorithms," *Proc. iMac4s, Kottayam, India, Mar. 2013*.
- [43] Z. Tian and G. Giannakis, "Compressed sensing for wideband cognitive radios," *Proc. IEEE ICASSP 2007*, vol. 4, pp. 1357–1360, Honolulu, Hawaii, USA, Apr. 2007.
- [44] Y. Wang, A. Pandharipande, Y. Polo, and G. Leus, "Distributed compressive wide-band spectrum sensing," *Proc. Info. Theory & Appl. Workshop*, pp. 178–183, San Diego, USA, Feb. 2009.
- [45] Z. Zhang, Z. Han, H. Li, D. Yang, and C. Pei, "Belief propagation based cooperative compressed spectrum sensing in wideband cognitive radio networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 10, no. 9, pp. 3020–3031, Sept. 2011.
- [46] F. Zeng, C. Li, and Z. Tian, "Distributed compressive spectrum sensing in cooperative multihop cognitive networks," *IEEE Jour. Selected Topics in Signal Proc.*, vol. 5, no. 1, pp. 37–48, Feb. 2011.
- [47] J. A. Bazerque and G. B. Giannakis, "Distributed spectrum sensing for cognitive radio networks by exploiting sparsity," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 58, no. 3, pp. 1847–1862, Mar. 2010.
- [48] C. C. Huang and L. C. Wang, "Dynamic sampling rate adjustment for compressive spectrum sensing over cognitive radio network," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 1, no. 2, pp. 57–60, Apr. 2012.
- [49] W. Yin, Z. Wen, S. Li, J. Meng, and Z. Han, "Dynamic compressive spectrum sensing for cognitive radio networks," *Proc. CISS 2011, Baltimore, USA, Mar. 2011*.
- [50] X. Wang, W. Guo, Y. Lu, and W. Wang, "Adaptive compressive sampling for wideband signals," *Proc. IEEE VTC 2011–Spring, Yokohama, Japan, May 2011*.
- [51] T. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, Prentice–Hall, 1996.
- [52] H. Liu, H. Darabi, P. Nanerjee, and J. Liu, "Survey of wireless indoor positioning techniques and systems," *IEEE Trans. Systems, Man & Cybernetics – Part C: Appl. & Reviews*, vol. 37, no. 6, pp. 1067–1080, Nov. 2007.
- [53] C. Feng, S. Valaee, and Z. Tan, "Multiple target localization using compressive sensing," *Proc. IEEE GLOBECOM 2009, Honolulu, USA, Nov–Dec. 2009*.



김 태 연

- 2014년 2월 송실대학교 정보통신전자공학부 학사
- 2014년 3월~현재 송실대학교 정보통신전자공학부 석사과정

〈관심분야〉

무선 통신 시스템, Compressed Sensing 기반 무선 통신, Cognitive Radio



신 요 안

- 1987년 2월 서울대학교 전자공학과 학사
- 1989년 2월 서울대학교 전자공학과 석사
- 1992년 12월 University of Texas at Austin 전기및컴퓨터공학과 박사
- 1992년 12월~1994년 7월 Austin 소재 MCC (Microelectronics & Computer Technology Corp.) Member of Technical Staff
- 1994년 9월~현재 송실대학교 정보통신전자공학부 전임강사 / 조교수/부교수/교수
- 2003년 6월~2003년 12월 정보통신부 UWB 기술기준 연구전담반 위원장
- 2005년 1월~2006년 12월 한국통신학회 부호및정보이론연구회 위원장
- 2008년 1월~2008년 12월 한국통신학회 이동통신연구회 위원장
- 2009년 9월~2010년 8월 University of British Columbia 전기및 컴퓨터공학과 방문교수

〈관심분야〉

Compressed Sensing 기반 무선통신, Cognitive Radio, UWB, 무선측위



응 원 두 랑 녹

- 2011년 베트남 HCMUS Mathematics and Computer Science 학사
- 2014년 2월 송실대학교 정보통신전자공학부 석사
- 2014년 3월~현재 송실대학교 정보통신전자공학부 박사과정

〈관심분야〉

Compressed Sensing, 무선측위

신호처리를 이용한 초고해상도 형광 현미경

I. 서론

사람들이 과학적 현상을 이해하고 받아들이는데 있어서 시각화만큼 좋은 방법은 아마 없을 것이다. 이러한 이유로 현미경은 자연과학 연구 전반에서 가장 기본적이며 동시에 필수적인 도구로 자리 잡았다. 현미경은 다른 영상장비와 달리 비침습적으로 고해상도 영상을 고속으로 얻을 수 있는 장점을 가지고 있다. 일반 광학현미경은 조사된 빛이 시료에 반사 혹은 흡수되는 정도의 차이를 이용해 영상을 만들어 내는데 이를 통해 시료의 구조를 관찰한다. 이와 달리 형광현미경은 시료에 염색된 형광분자에서 나오는 형광 신호만을 이용하여 영상을 얻어 낸다. 형광분자는 조사된 빛의 에너지를 흡수하고 조사된 빛보다 조금 더 긴 파장의 형광 빛을 방출하기 때문에 색 선별 거울(dichroic mirror)를 통해 쉽게 형광신호만을 얻을 수 있다. 형광현미경은 시료의 특정 부분만을 선택적으로 염색하고 관찰 하는 것이 가능하기 때문에 세포의 상호작용을 보다 쉽게 이해할 수 있다.

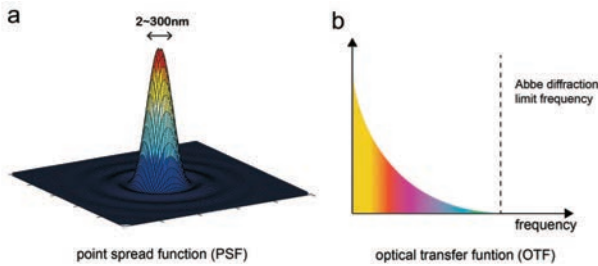
일반적인 광학현미경의 최대 공간해상도는 빛의 회절현상으로 인하여 발광되는 형광파장의 절반으로 제한된다^[1]. 예를 들어, 가상의 점 광원에서 나오는 빛은 현미경 렌즈들을 지나면 점이 아닌 <그림 1>의 2-300nm 정도의 폭을 가진 점퍼짐함수(point spread function, PSF) 형태로 카메라에 맺힌다. 점퍼짐함수를 푸리에 변환(Fourier transform) 한 것을 광전달함수(optical transfer function)이라고 부르는데 이는 일종의 저역통과필터(low-pass filter)로 볼 수 있다. 즉, 현미경 광학계는 2-300nm 크기에 해당되는 차단주파수(cutoff frequency) 이하의 저해상도 정보만을 카메라에 전달한다. 따라서, 광학현미경은 크기가 200nm 이하의 크기를 가지는 물체를 구별 할 수 없으며 이는 현미경의 대물렌즈 배율



민 준 홍
한국과학기술원 바이오 및
뇌공학과



에 종 철
한국과학기술원 바이오 및
뇌공학과



〈그림 1〉 광학현미경의 a 점퍼짐함수, b 광전달함수

로 극복할 수 없는 물리적 한계이다.

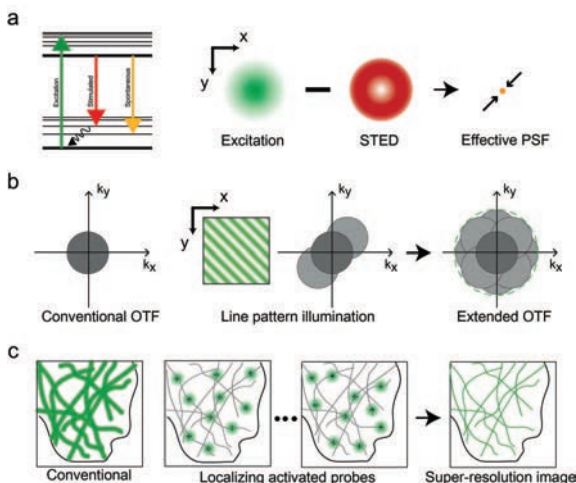
이러한 광학현미경의 회절한계는 100여년 이상 정설처럼 받아 들여 졌지만, 최근 10여년사이 이 회절한계 해상도를 극복하고 수십 나노미터의 공간해상도를 가지는 여러 초고해상도 현미경 기법들이 개발되었다. 이러한 초고해상도 기법들은 기본적으로 비선형적 광학 특성에 기반하고 있다. 예를 들

어 STED (Stimulated emission depletion) microscopy^[2]는 빛을 점으로 집광시킨 후 스캐닝(scanning)을 통해 영상화하는 점에서 공초점 현미경(confocal microscopy)과 동일하지만 STED 빛의 비선형성을 이용해 공간 해상도를 높인다. 〈그림 2〉의 a에 보이는 붉은색 도넛(donut) 모양의 STED 빔은 집광된 점(초록)의 가장자리 부분에서 나오

STED를 제외한 많은 초고해상도 현미경 기법들은 신호처리를 이용한 복원과정이 필수적이다. 뿐만 아니라 최종적으로 얻어지는 해상도는 복원 방식에 따라 크게 좌우된다

는 형광(spontaneous fluorescence) 을 억제하기 때문에 집광된 빛의 중심부에서만 시료의 형광 신호가 나오게 된다. 따라서, 유효 점퍼짐함수 (effective PSF)의 폭이 20-30nm 정도로 향상된다. 또 다른 방식으로 줄무늬 형태의 빛을 조사해 공간해상도를 높이는 방식인 structured illumination microscopy (SIM)^[3]이 있다. 〈그림 2〉의 b에서 볼 수 있듯이 선형무늬 빛을 조사하면 시료의 주파수 정보가 변조되어 회절한계의 최대 2배 공간주파수 정보를 얻어 낼 수 있다. 변조방향 즉 줄무늬의 방향을 바꿔가며 여러 장의 영상을 얻어내고 이를 이용하면 고해상도 주파수 성분을 복원한다. 더 나아가 줄무늬 빛의 세기를 강하게 해서 시료에 조사하면 형광신호가 포화되는 비선형적 특성을 고려하면 2배 이상의 공간 주파수 성분을 얻을 수 있는데, 실험적으로 최대 50nm까지 공간해상도가 향상되는 것을 보였다^[4].

또 다른 대표적 방법으로 형광 분자를 반복적으로 국지화시켜 초고해상도를 얻는 국지화 기반 현미경 기법이 있다. 이 방식은 비슷한 시기에 서로 다른 연구진들



〈그림 2〉 대표적 초고해상도 형광현미경의 동작원리
a STED 현미경, b SIM, c 국지화 현미경

로부터 개발되어 STORM (stochastic optical reconstruction microscopy)^[5], PALM (photoactivated localization microscopy)^[6] 등으로 불리고 있으나 기본적으로 활성화 상태에서만 형광 빛을 낼 수 있는 광전환(photoswitchable) 형광분자를 이용한다는 점과 국지화를 이용해 복원한다는 점에서 동일하다. 이 방식은 형광분자들을 산발적이고 희박하게 활성화 시킨 후 〈그림 2〉의 c와 같이 활성화된 형광분자들의 점퍼짐함수들이 맺힌 영상을 얻는다. 점퍼짐함수의 중심점을 찾아 형광분자의 위치를 국지화 하는 것은 광학적 회절한계보다 훨씬 작은 수십 나노미터 이하의 오차로 가능하다. 따라서 국지화 과정을 반복하여 충분한 형광분자의 위치를 획득한 후 미술의 점묘화 기법처럼 많은 점을 찍어주면 최종적으로 초고해상도 영상을 만들어 낼 수 있다.

STED를 제외한 많은 초고해상도 기법들은 신호처리

를 이용한 복원과정이 필수적이다. 뿐만 아니라 최종 얻어지는 해상도는 복원 방식에 따라 크게 좌우된다. 예를 들어 국지화 기반 현미경은 현재까지 다양한 방식의 국지화 알고리즘이 제시되었는데 방식에 따라서 국지화 정확도가 2배까지도 차이가 나거나 국지화 계산 시간이 수십 수백 배까지 차이가 날 수 있다. 또한 압축센싱(Compressed Sensing)과 같은 고급신호처리 이론을 적절하게 적용하면 기존의 초고해상도 기법들이 가지고 있는 각자의 제약사항들을 극복하거나 새로운 방식의 초고해상도 기법을 모색할 수 있다. 여기서는 국지화 기반 현미경을 중심으로 기본적 복원 방식과 그 한계점들을 알아보고 최신 신호처리 기법을 응용해 이를 극복한 몇 가지 사례를 살펴보겠다.

기존의 국지화 기반 초고해상도 기법은 수분에 이르는 상대적으로 느린 시간해상도를 가진다

II. 기본 국지화 모델 및 방법

STORM/PALM과 같은 국지화 기반 현미경 시스템에서 얻어진 한 장의 카메라 영상 y 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$y[n] = \sum_{k=1}^K c_k A(n - \rho_k) + b[n] + e[n] \quad (1)$$

여기서 A 는 점퍼집합수, ρ_k 는 k 번째 형광분자의 위치, c_k 는 그 형광분자의 밝기, $b[n]$ 은 n 번째 카메라 픽셀(pixel)에서의 배경형광세기 그리고 $e[n]$ 은 그 픽셀에서의 잡음(noise) 성분이다. 잡음 e 는 포아송(Poisson) 분포를 따르는 산탄잡음(shot noise), 정규분포를 따르는 판독잡음(readout noise)등을 포함하고 있으며, 배경형광 b 는 일반적으로 국지적으로 균일하다. 만약 활성화된 형광분자의 수 K 가 충분히 작아서 대부분의 점퍼집합수들이 서로 겹쳐있지 않다면 K 개의 점퍼집합수들에 대해서 개별적으로 다음과 같은 최소자승법 문제를 푸는 것으로 국지화를 할 수 있다^[5-6].

$$\min_{c,x,b} \sum_n (y[n] - b - \sum_{k=1}^K c_k A(n - \rho_k))^2 \quad (2)$$

일반적으로 고성능 카메라는 판독잡음의 크기가 상대

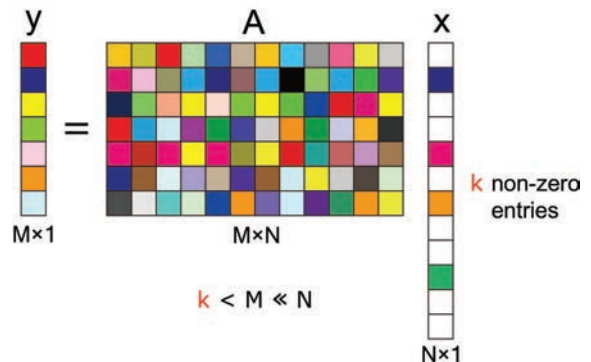
적으로 매우 작아서 산탄잡음이 주잡음 되기 때문에 다음의 포아송 최대우도 함수를 최소화해서 국지화를 하면 그 정확도를 높일 수 있다^[7].

$$\min_{c,x,b} \log \prod_n \frac{(\sum_{k=1}^K c_k A(n - \rho_k) + b)^{y[n]} e^{-(\sum_{k=1}^K c_k A(n - \rho_k) + b)}}{y[n]!} \quad (3)$$

앞서 언급한 기본 국지화 방법은 본질적으로 몇 가지 제약사항을 가지고 있다. 우선 국지화 기반 초고해상도 기법은 수분에 이르는 상대적으로 느린 시간해상도를 가진다. 이는 희박하게 활성화된 형광분자들을 반복적으로 국지화하는 방식은 한 장의 초고해상도 영상을 복원하기 위해서는 수천 수 만장의 카메라 영상이 필요하기 때문이다. 형광 현미경이 전자 현미경과 같은 영상 장비와 다르게 빠른 생세포 이미징 (live cell imaging)이 가능하다는 장점을 고려해볼 때 느려진 시간해상도는 실시간 세포연구에 큰 제약이 아닐 수 없다. 또한 광전환 형광분자가 필수적으로 사용되므로 기존에 널리 사용되는 다양한 형광단백질/분자들과 그 실험 프로토콜들을 사용할 수 없는 제약이 존재한다.

III. 압축센싱 (Compressed Sensing)

위에 언급된 이런 제약들은 기존 시스템을 약간 변경하고 압축센싱을 기반한 복원을 적용함으로써 많은 부분 해소할 수 있다. 우선 압축센싱이란^[8] 최근 가장 각광받는 신호처리 기술로서 신호를 효율적으로 획득하거



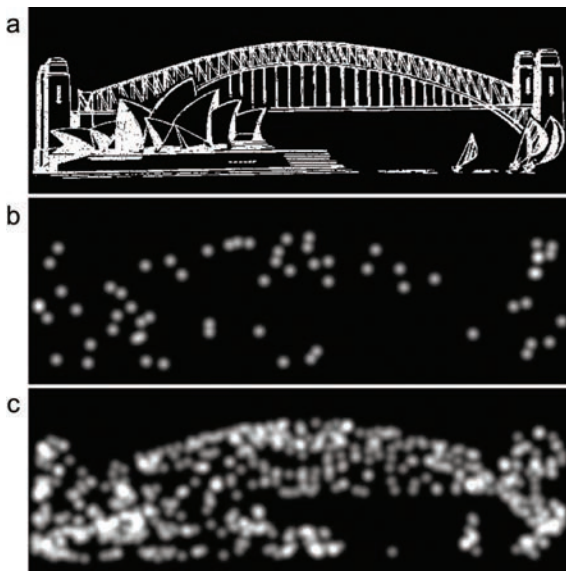
〈그림 3〉 희박신호를 해로 가지는 비결정 선형시스템

나 복원하는 측면에서 매우 유용하다. 일반적으로 압축 센싱은 <그림 3>과 같은 비결정 선형시스템 (underdetermined linear system)의 해를 구하는데 이용된다. 비결정 선형시스템은 해가 존재하지 않거나 무수하게 많은 해가 존재하기 때문에 정확한 해를 예측하는 것이 불가능하다. 하지만, <그림 3>과 같이 원래 신호에 희소성(sparsity)이 존재하면, 즉 벡터x의 대부분의 성분이 0이면, 이 희소성을 이용하여 비결정 선형시스템의 해를 정확하게 구할 수 있다. 압축센싱은 나이퀴스트 샘플링 이론(Nyquist sampling theorem)과 해상도의 회절한계를 넘어서 신호를 복원 하는 것이 가능하기 때문에 MRI영상복원^[9]등 다양한 분야에서 적극적으로 적용되고 있다.

압축센싱을 이용하면 기존 국지화 기반 초고해상도 현미경의 시간해상도를 비약적으로 향상 시키는 것이 가능하다

IV. 압축센싱 (Compressed Sensing)을 이용한 국지화 방법

압축센싱을 이용하면 기존 국지화 기반 초고해상도



<그림 4> 국지화 현미경에서의 영상 획득 방법: a 가상의 고 해상도 시료, b 시료로부터 얻어진 저밀도 형광분자 활성영상, c 시료로부터 얻어진 고밀도 형광분자 활성영상

현미경의 시간해상도를 비약적으로 향상시키는 것이 가능하다. 시간해상도를 높이기 위해 한 장의 영상에서 더 많은 형광분자들을 국지화 해야 하는데 이를 위해서 형광분자의 활성화 밀도를 올려서 데이터를 얻는다. <그림 4>는 b와 c는 시료 a로부터 가상으로 얻어진 기존의 저밀도 데이터영상과 고밀도 데이터 영상을 나타낸 것이다. 고밀도 영상은 저밀도 영상과 다르게 많은 형광분자들이 활성화되어서 대부분의 점퍼집합수들이 서로 겹쳐있다. 따라서 기존의 최소자승법이나 최대우도함수를 통한 개별적 단일분자 국지화 방법을 적용하기 어려울 뿐 아니라 국지화 정확도가 크게 낮아진다.

하지만 형광분자들이 고밀도로 활성화 되어 있어도 활성화된 형광분자들이 시료에서 차지하는 면적은 상대적으로 매우 희소 하다고 할 수 있으며 이 특성을 이용해 압축센싱 알고리즘을 적용하면 고밀도영상도 정확하게 국지화 하는 것이 가능하다.

이를 위해 우선 비선형 국지화 모델 (수식 1)을 아래와 같은 비결정 선형문제로 근사화한다.

$$y = Ax + b + e \quad (4)$$

여기서 벡터 x는 복원하려는 시료의 관심영역을 작은 미소격자로 이산화 해서 나타낸 것으로 x의 성분 값은 해당되는 미소영역에서 나오는 형광의 세기를 나타낸다. 대부분의 성분이 0을 가지는 해 희박신호 x를 구하기 위해서 최소 자승항에 희박성을 유도하는 제약항 (penalty term) $\phi(x)$ 을 추가하여 아래와 같은 최적화 문제를 풀어준다^[10].

$$\min_{x,b} \|y - Ax - b\|^2 + \phi(x), \text{ s.t. } x \geq 0 \quad (5)$$

더불어, 기본 국지화 방법과 마찬가지로 산탄잡음의 성질을 최대한 이용하여 국지화 정확도를 높일 수 있는데, 첫 번째 최소자승항을 포아송 최대우도항으로 대체하여 최적화 문제를 풀어준다^[11].

위의 압축센싱 방법은 계산 복잡도가 미소격자의 개수, 즉 x의 크기에 비례하므로 기본적인 개별적 국지화

방법에 비해 상대적으로 계산량이 매우 크다. 또한, 복원 영역을 작은 미소격자로 이산화 해서 문제를 풀기 때문에 미소격자의 크기에 따라 추가적인 오차가 발생하게 된다. 이러한 제약을 해소하기 위해 아래와 같이 점퍼집합수에 테일러급수 근사방법을 적용할 수 있다.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\varepsilon}) \cong \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\varepsilon}\nabla\mathbf{A}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

점퍼집합수의 변화도(gradient) $\nabla\mathbf{A}$ 를 추가해줌으로써 이산적 압축센싱 최적화 문제 (5)를 아래와 같이 연속적인 국지화 문제로 변환할 수 있다^[12].

$$\min_{\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}, b} \|\mathbf{y} - (\mathbf{A} - \boldsymbol{\varepsilon}\nabla\mathbf{A})\mathbf{x} - b\|^2 + \varphi(\mathbf{x}), \text{ s.t. } \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (7)$$

위의 연속모델을 기반한 최적화 문제는 미소격자 \mathbf{x} 의 위치를 가변적으로 만들어 주어 국지화 정확도를 높여줄 뿐 아니라 비교적 큰 미소격자 \mathbf{x} 에도 정확도의 손실이 없기 때문에 계산 복잡도를 크게 줄여줄 수 있는 장점을 가지고 있다.

형광분자의 위치는 짧은 시간 동안에는 거의 변화가 없다고 볼 수 있기 때문에 공동 기저 복원의 문제로 생각해 볼 수 있다

V. 산란조명(speckle illumination)과 공동기저복원(joint support recovery)을 이용한 초고해상도 복원

초고해상도를 복원하기 위한 또 다른 방법으로 형광분자의 시간 축 상관정보를 이용하는 방법이 있다. 예를 들어 QD(Quantum Dot)같은 물질은 깜박임(blinking) 특성을 내제적으로 가지고 있어서 형광분자는 시간적으로 무작위의 형광세기를 가진다. 하지만 <그림 5> 예와 같이 형광분자의 위치는 짧은 시간 동안에는 거의 변화가 없다고 볼 수 있기 때문에 공동기저복원의 문제^[13]로 생각해 볼 수 있다. 이를 수학적으로 표현하면 아래와 같다.

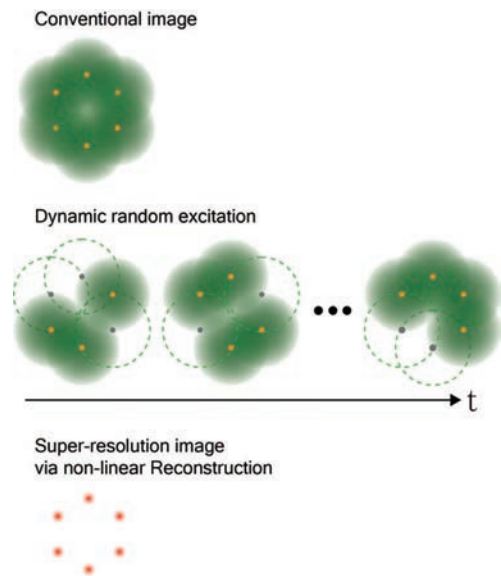
$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{b} + \mathbf{e}(\mathbf{t}), \mathbf{t} = \mathbf{1}, \dots, \mathbf{T} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{x}(\mathbf{t})$ 의 0 아닌 성분, 즉 기저(support)는 시간 \mathbf{t} 에 상관없이 동일한 위치를 가진다고 가정한다. 만

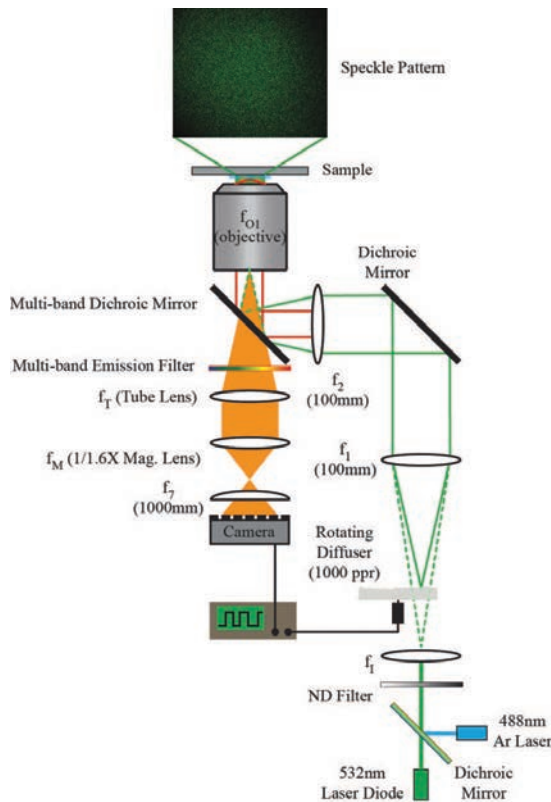
약 충분한 시간 축 상관정보를 얻을 수 있는 T개의 영상이 존재하면 높은 성공률로 \mathbf{x} 의 기저를 찾는 것이 가능하고 이를 통해 초고해상도 복원이 가능하다.

공동기저복원을 통한 초고해상도 영상 복원은 깜박임 특성을 가지는 특정 형광물질 아닌 일반적인 형광 물질에 적용이 가능하다. 일반 형광현미경의 조명(illumination) 부분의 광학계를 수정하여 <그림 6>과 같이 간유리(diffuser)를 추가하면 간유리에 산란된 무작위무늬(speckle)이 시료에 조사된다. 이 때 간유리를 돌려가면서 영상을 촬영하면 무작위무늬가 시간에 따라 변하면서 마치 시료의 형광물질이 깜박이는 효과를 만들어 줄 수 있다. 따라서 동적 산란조명을 통해서 얻은 데이터에 공동기저복원을 적용하면 마찬가지로 초고해상도 영상을 복원할 수 있다^[14].

이러한 시스템은 기존 초고해상도 형광현미경이 고가의 장비를 요구하는 것과 달리 저렴한 기존 현미경을 간단하게 수정하여 사용할 수 있기 때문에 경제적인 뿐 아니라 기존 실험 프로토콜을 모두 이용 가능한 장점이 있다.



<그림 5> 형광분자의 깜박임을 이용한 초고해상도 영상 복원. 시간에 따라 형광분자들의 세기가 무작위로 변화하는 특성을 비선형적 복원알고리즘을 통해 복원



〈그림 6〉 산란조명을 가지는 현미경 예시

VI. 결론

광학현미경이 회절한계 이상의 해상도를 가지지 못하는 기존의 통념은 더 이상 유효하지 않으며 많은 광학적 비선형 현상을 이용하면 초고해상도를 얻을 수 있다는 것을 증명되었다. 하지만 현재 대표적인 초고해상도 기법들도 각자의 한계점들이 존재하는 것도 분명한 사실이다. 앞서 소개한 몇 가지 사례들에서 알 수 있듯이 이러한 한계점들은 압축센싱과 같은 최신 신호처리 이론을 적극 활용하면서 많은 부분 쉽게 해결할 수 있다. 뿐만 아니라 신호처리 이론을 바탕으로 새로운 초고해상도 광학시스템을 설계 하는 것도 가능하다. 여전히 초고해상도현미경 분야에는 해결해야 할 많은 문제들이 존재하지만 신호처리이론을 적극 도입하는 융합적인 생각을 통해 접근한다면 더욱 쉽게 기존의 한계점들을 극복해 나아갈 수 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] Abbe, E., Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. Archiv für mikroskopische Anatomie, 9(1), 413–418, 1873
- [2] Klar, T. A., Jakobs, S., Dyba, M., Egner, A. & Hell, S. W. Fluorescence microscopy with diffraction resolution barrier broken by stimulated emission. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 97, 8206–8210 2000.
- [3] Gustafsson, M. G., Surpassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy. Journal of microscopy, 198(2), 82–87 2000
- [4] Gustafsson, M. G. L. Nonlinear structured-illumination microscopy: Wide-field fluorescence imaging with theoretically unlimited resolution. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 102, 13081 2005.
- [5] Rust, M. J., Bates, M. & Zhuang, X. Sub-diffraction-limit imaging by stochastic optical reconstruction microscopy (STORM). Nature Methods 3, 793–796, 2006.
- [6] Betzig, E. et al. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution. Science 313, 1642 (2006).
- [7] Smith, C. S., Joseph, N., Rieger, B., & Lidke, K. A., Fast, single-molecule localization that achieves theoretically minimum uncertainty. Nature methods, 7(5), 373–375, 2010
- [8] Candès, E. J., & Wakin, M. B., An introduction to compressive sampling. Signal Processing Magazine, IEEE, 25(2), 21–30, 2008
- [9] Jung, H., Sung, K., Nayak, K. S., Kim, E. Y., & Ye, J. C., k-t FOCUSS: A general compressed sensing framework for high resolution dynamic MRI, Magnetic Resonance in Medicine, 61(1), 103–116, 2009
- [10] Zhu, L., Zhang, W., Elnatan, D. & Huang, B. Faster storm using compressed sensing. Nat. Methods 9, 721–723, 2012



[11] K.Kim, J. Min, L. Carlini, M. Unser, S. Manley, D. Jeon, J.C. Ye., Fast Maximum Likelihood High-Density Low-SNR Super-Resolution Localization, SAMPTA 2013,

[12] J. Min, C. Vonesch, H.Kirshner, L. Carlini, N. Olivier, S. Holden, S. Manley, J.C. Ye, M. Unser, "FALCON: fast and unbiased reconstruction of high-density super-resolution microscopy data," Scientific Reports , Apr. 2014.

[13] Kim, Jong Min, Ok Kyun Lee, and Jong Chul Ye. "Compressive MUSIC: Revisiting the link between compressive sensing and array signal processing." Information Theory, IEEE Transactions on 58.1, 278-301, 2012

[14] J. Min, J.D. Jang, D.M. Keum, S.W. Ryu, C.H. Choi, K.H. Jeong, and J.C. Ye "Fluorescent microscopy beyond diffraction limits using speckle illumination and joint support recovery", Scientific Reports, June, 2013



민준홍

- 2010년 한양대학교 정보통신 학사
- 2012년 KAIST 바이오 및 뇌공학 석사
- 현재 KAIST 바이오 및 뇌공학 박사학위 과정
- EEE International symposium on biomedical imaging (ISBI) 2013 최우수 학생논문상 수상
- 2012년~2013년 École polytechnique fédérale de Lausanne(EPFL), 교환 연구원
- 2011년 1st KOLON-KAIST LIFESTYLE INNOVATION CENTER idea competition 2nd Winner

<관심 분야>

Compressed sensing for biomedical applications, Super-resolution microscopy



예종철

- 1993년 서울대학교 제어공학 (현 전자공학) 학사
- 1995년 서울대학교 제어공학 (현 전자공학) 석사
- 1999년 Electrical Engineering, Purdue University 박사
- 2004년~현재 KAIST 바이오 및 뇌공학과 교수 (tenured)
- 2007년~현재 KAIST 전자공학과 겸임교수
- 2013년~현재 Associated Editor, IEEE Transactions on Image Processing.
- 2003년~2004년 Senior Researcher, X-ray CT Technology Group, GE Global Research Center, Niskayuna, New York
- 2001년~2003년 Senior Member Research Staff, Philips Research Center, Briarcliff Manor, New York
- 1999년~2000년 Postdoctoral Research, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign

<관심분야>

Compressed sensing for biomedical applications, MRI signal processing (parallel imaging, time-sequential sampling, k-t sampling etc), Near infrared spectroscopy (NIRS) for brain imaging, Diffuse optical tomography for molecular imaging applications (algorithm and system development), CT/PET reconstruction algorithm, Super-resolution microscopy, Ultrasound imaging, inverse scattering problems, Statistical signal processing, inverse problem

광 대역 통신 시스템의 협 대역 간섭 제거를 위한 압축센싱 기술

I. 서론

기존의 정보통신 및 신호처리 연구는 Shannon Nyquist sampling 이론에 기반을 둔 디지털 시스템 위주로 발전해 왔다. 이 이론은 우리가 원래 아날로그 신호를 복원하기 위해서 최소한 신호의 최고 주파수의 2배 이상으로 Sampling을 해야 한다는 것이다. 이렇게 대역폭에 비례하여 표본 추출율이 결정되어야 하는 방식은 현대의 광 대역을 이용하는 통신 시스템에서는 표본 추출율 및 표본의 량 측면 등에서 시스템 디자인 시 장점보다는 부담으로 작용하는 경우가 많다. 우선 빠른 표본율의 Analog-to-Digital Converter(ADC)를 설계하는 것은 매우 어렵다. 또한, 꾸준한 ADC의 표본율 성능의 향상에도 불구하고, ADC는 광 대역을 이용하는 통신 시스템에서 새롭게 나오는 응용분야의 필요를 충족해주지 못하고 있다.

앞에서 언급한 이유 때문에 최근에 압축센싱(Compressive Sensing)기술은 정보통신 및 신호처리 분야에 있어서 집중 조명 받고 있으며, 많은 연구자들의 관심을 끌며 연구가 활발하게 진행되고 있다.

압축센싱의 주요한 사항은 두 가지로 표현된다. 자연적인 신호는 어떤 특정 기저(basis)에서 성긴 신호로 표현(sparse representation)된다는 점과 그런 성긴 신호는 표면적으로 보여지는 신호의 차원보다 $M \ll N$ 랜덤화된 선형 측정을 이용하여 길이가 N 인 신호를 효과적으로 취득하고 복구 할 수 있다는 점이다^[1-2]. 따라서, 압축센싱을 이용하면, 우리는 신호를 Shannon Nyquist Sampling rate보다 훨씬 낮은 표본율로 추출하고, 정보손실 없이 저장, 또 그로부터 복원할 수 있다는 것이다. 즉, 현재 ADC 시스템



신 종 목
광주과학기술원



강 주 성
광주과학기술원



이 흥 노
광주과학기술원



으로 해결하지 못 할 정도로 빠른 표본율이 필요한 응용분야에 압축센싱이 긴요하게 사용 될 수 있다. 그런데, 정보통신 및 신호처리 분야에 있어서 간섭은 종종 일어난다. 간섭이 일어나면 신뢰성 있는 통신이 어렵고 우리가 원하는 신호를 검출하는 것이 어렵다. 그러므로 간섭의 제거는 필수적이다.

특히, 광 대역 통신 시스템에서 협 대역 간섭(Narrow Band Interference, NBI)은 통신시스템에서 문제가 되고 있다^[18]. 광 대역 통신 시스템에서 NBI는 크게 두 가지 원인에 의해서 발생한다. 의도적인 NBI를 발생하는 경우와 다른 통신시스템과 일부 대역이 겹치며 NBI가 존재하는 경우이다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 시도는 광 대역 OFDM 시스템^[19]과 초 광 대역(Ultra Wideband, UWB) 시스템^[20]에서 연구 되어왔다.

최근에는 광 대역 OFDM과 UWB시스템에서 NBI 제거를 위해 압축센싱 기술을 이용한 연구가 진행 되었다^[12-17]. 위에서 언급한 의도적인 NBI와 다른 통신 시스템과 일부 대역이 겹쳐서 생기는 NBI 두 경우 모두 광 대역 중 일부 협 대역에서 NBI가 발생되기 때문에 NBI는 주파수 영역에서 성긴 신호로 볼 수 있고 압축센싱을 이용해서 NBI제거가 가능하다.

우리는 본 논문에서, 압축센싱 이론을 이용해서 광 대역 통신시스템에서 NBI를 제거 하는데 초점을 맞추어서 살펴 보도록 한다.

제2장에서는 압축센싱 이론에 대해서 간단히 소개하고 제3장에서는 압축센싱을 이용한 간섭제거 방법을 소개하며, 제 4장에서는 압축센싱을 이용한 간섭제거 방법을 광 대역 OFDM 시스템과 초 광 대역(Ultra Wideband) 시스템에 응용되는 사례에 대해 살펴본다. 제 5장에서는 결론을 맺는다.

II. 압축센싱 이론

본 장에서는 압축센싱 이론에 대한 기본적인 개념에

대해서 설명한다.

압축센싱 이론의 핵심은 (1)과 같은 등식의 해를 찾는 것이다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ 는 원래의 신호를 나타내고, \mathbf{A} 는 $M \times N$ 측정행렬이고 일반적으로 $M \ll N$ 을 만족한다. $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$ 은 \mathbf{A} 행렬에 의해 선형 측정된 신호라고 정의한다.

만약 측정행렬 \mathbf{A} 가 정방행렬이고 Full Rank를 가진다면 원래의 신호 \mathbf{x} 와 측정된 신호 \mathbf{y} 는 길이가 같게 되고, 압축이 일어나지 않게 된다. 하지만 압축센싱 방법에서 측정된 신호의 길이는 원신호 길이보다 짧아 지기 때문에 원신호의 압축이 일어나는 효과를 얻을 수 있다. 즉, 압축센싱은 N 보다 훨씬 적은 샘플을 가지고 원 신호를 얻을 수 있다는 것을 말한다. 단, 여기서 \mathbf{x} 는 성긴 신호이어야 한다. 특히, 우리는 성긴 신호를 0

이 아닌 신호의 값을 가지는 sparsity라고 표현하고 이 값들의 수를 변수 K 로 표현하면 M, N, K 의 관계는 $K < M \ll N$ 이 만족되어야 한다.

만약에 신호 \mathbf{x} 가 직접적으로 K -sparse한 신호가 아니라면 어떠한 선형변형 과정을 통해서 K -sparse한 신호로 표현될 수 있도록 모델링 하면 된다. 즉, $\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{s}$ 로 나타내지고 \mathbf{B} 는 역 행렬이 존재하는 $N \times N$ 선형 변형 행렬로 sparsity basis라고 정의되고 \mathbf{s} 는 K -sparse 신호가 된다.

이러한 압축센싱 이론을 보면 과연 \mathbf{A} 행렬은 만족스러운 센싱 시스템의 성능을 보장하는가에 대해서 궁금할 것이다. 논문 [4]에서, Candes와 Tao는 \mathbf{A} 행렬이 Restricted Isometry Property(RIP)라는 조건을 만족해야 \mathbf{x} 를 \mathbf{y} 로부터 왜곡 없이 복원 할 수 있다는 것을 증명하였다. RIP 조건을 간략히 요약하면, 행렬 \mathbf{A} 가 모든 sparse한 원래 신호 \mathbf{x} 를 균일한 에너지로 투사해야 한다는 의미이다. 원래 신호 \mathbf{x} 의 0이 아닌 위치는 일반적으로 신호에 따라 다르기 때문에 sparsity가 동일한 어떤 \mathbf{x} 라도 일정하게 투사할 수 있어야 신호를 안

정적이며 복원이 가능하다^[5]. \mathbf{A} 가 특정 부분공간에 속한 \mathbf{x} 를 더 잘 투사하는 경우 어떠한 상황이 생기는지 생각해보자. 이것은 곧 \mathbf{A} 가 \mathbf{x} 를 잘 투사하지 않는 부분공간도 존재하게 된다는 말이다. 이러한 경우에 선호 부분공간에 속한 \mathbf{x} 는 측정값이 대체로 크기 때문에 그를 이용한 복원이 잘 이뤄지는 반면, 비 선호부분공간에 속한 신호는 복원할 때 에러가 크게 발생하게 되는 문제가 생기게 된다. 그러므로, 측정 에너지가 주어졌을 때, 모든 공간의 신호를 균일하게 커버 하려면, 행렬 \mathbf{A} 는 어떤 임의의 벡터 \mathbf{x} 에 대해서도 균일한 에너지로 투사 해야 한다. 이러한 조건을 만족시키는 일반적인 \mathbf{A} 는 독립적이고 동일한 분포(Independent Identically distributed, I.I.D)를 가지는 가우시안 행렬이나 베르누이 행렬로 알려져 있다.

그러나 \mathbf{A} 행렬이 $M \ll N$ 인 Under-determined 시스템이기 때문에 일반적으로 해는 무수히 많다. 즉, 측정 벡터 \mathbf{y} 로 부터 \mathbf{x} 를 복원하는 것은 쉽지 않다. 압축센싱에서 신호 \mathbf{x} 를 복원하는데 사용되는 가장 논리적으로 합당한 방법은 L0-norm 최소화를 이용한 복원 방법이다. 이 방법을 간단히 설명하면, \mathbf{A} 와 \mathbf{y} 를 알 때, $\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{x}$ 를 만족하는 모든 \mathbf{x} 중 0이 아닌 원소의 개수가 최소인 \mathbf{x} 를 찾는 것이다. 하지만, 불행히도 이 방법은 NP-hard 문제가 되어 실용적이지 못하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서, L1-norm 최소화를 이용한 복원방법이 제안됐다. 이 방법을 이용하면 오직 (2)의 식을 만족시키는 I.I.D 가우시안 측정행렬을 통해서 높은 확률로 K -sparse 신호를 복원 할 수 있다^[2-3].

$$M \geq cK \log(N/K) \quad (2)$$

이 문제는 간단히 Basis pursuit^[6]라고 불리는 선형 문제(linear program)로 변형해서 풀 수 있고, 이것의 계산 복잡도는 약 $O(N^3)$ 이다. 하지만 신호 자체가 처음부터 큰 경우에는 여전히 이 방법의 복잡도는 높고, 따라서 구현하기 어려운 문제를 안고 있다. 따라서

Orthogonal Matching Pursuit(OMP)^[7], Least Shrinkage and Selection Operator(LASSO)^[8], Least Angle Regression(LARS)^[9] 등과 같은 알고리즘이 제안 됐다.

III. 압축센싱을 이용한 간섭 제거방법

압축센싱 기반 신호 획득은 기존의 신호획득 방법보다 간섭과 잡음에 약한 특징을 가지고 있다^[3]. 따라서, 신호 처리 단계 이전에 가능한 한 최대한 간섭과 잡음을 제거해서 더욱 신뢰성 있는 통신을 할 수 있도록 해야 한다. 먼저, 압축센싱 시스템에서 잡음에 대한 고려 없이 간섭을 제거하는 방법을 소개하고 더 나아가 잡음과 간섭을 모두 고려한 간섭제거 방법을 소개한다.

우리는 압축센싱(Compressive Sensing) 시스템에서 간섭 신호에 의해서 손상된 관심 있는 신호를 얻는 상황을 고려한다. 즉, 압축센싱 시스템에서 얻어진 압축 측정은 원하지 않는 간섭을 포함한 신호 공간을 획득하는 현실적인 경우를 고려한다. 논문 [10]에서는, 관심 있는 신호의 집합의 구조는 유지하면서 신호 간섭을 제거하는 효과적인 압축 영역 필터 방법을 고안해 냈다. 특히, 만약 간섭신호가 알려진 부분공간에서 관심 있는 신호와 직교하면 압축 측정을 직교하는 부분공간에 영사해서 간섭을 간단하게 제거 할 수 있음을 보였다. 또한, 영사 연산자는 관심 있는 신호의 집합에 대해 RIP를 유지한다는 것을 보였다. 즉, 영사된 측정은 관심 있는 신호를 바로 복구하는데 충분한 정보를 가지고 있다. 각각의 증명은 본 논문의 범위를 벗어나므로 [10]를 참조하고 우리는 간단히 여기서 간섭 제거 방법에 집중한다.

신호 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ 를 K -sparse 즉, 성긴 신호라고 가정한다. 위에서 설명한대로 신호를 표현하면

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_S + \mathbf{x}_I \quad (3)$$

식(3)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 \mathbf{x}_S 는 관심 있는

신호이고, \mathbf{x}_I 는 우리가 제거 하고 싶어 하는 간섭 신호이다. 우리는 이 두 신호를 동시에 획득하는 상황을 고려하므로 식 (4)와 같이 나타 낼 수 있다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_S + \mathbf{x}_I) \quad (4)$$

우리는 \mathbf{A} 와 \mathbf{x}_I 에 대한 정보를 알고 있다는 가정 아래 측정 벡터 \mathbf{y} 에 동작하며 $\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}_I = \mathbf{0}$ 을 만족하는 직교 영사 연산자를 고안함으로써 간섭을 제거 할 수 있다^[10]. 즉, 아래와 같이 식 (5)로 나타내지고 $\mathbf{P}\mathbf{y}$ 를 $\tilde{\mathbf{y}}$, $\mathbf{P}\mathbf{A}$ 를 $\tilde{\mathbf{A}}$ 라고 둔다면 $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}_S$ 로 나타내지고 이는 압축센싱의 기본 식인 (1)과 같고 \mathbf{x}_S 를 복구 할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\mathbf{y} &= \mathbf{P}\mathbf{A}(\mathbf{x}_S + \mathbf{x}_I) \\ &= \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}_S + \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}_I \\ &= \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}_S \end{aligned} \quad (5)$$

하지만 논문[10]의 방법은 잡음에 대한 것을 고려하지 않았다. 또한, $M \ll N$ 의 조건을 만족하는 $M \times N$ 행렬의 기저는 종종 서로 상관관계가 있고, 이것은 즉, $\mathbf{A}\mathbf{x}_S$ 와 $\mathbf{A}\mathbf{x}_I$ 가 직교하지 않을 가능성이 높다는 것을 의미한다. 따라서, 우리가 위에서 한 가정은 때때로 현실적이지 않다. 이러한 이유로 인해서 잡음도 고려하면서 더 실질적인 간섭을 제거하는 방법의 필요성을 느끼고 MMSE(Minimum Mean Square error) 알고리즘에 기반한 압축 영역에서 간섭 제거 방법이 나왔다^[11]. 이 방법에서는 간섭부분 제거에 있어서 잡음의 영향도 고려했다. 그러므로 신호는 (6)과 같이 표현 된다.

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_S + \mathbf{x}_I + \mathbf{w} \quad (6)$$

\mathbf{x}_I 와 \mathbf{w} 는 평균이 0인 독립적이고 동일한 가우시안 분포를 가진다고 가정한다. 여기서 \mathbf{x}_S 와 \mathbf{x}_I 는 앞의 논문 [10]의 관계와 같이 각각 우리가 관심 있는 신호와 제거하고 싶어하는 관섭 신호를 나타낸다. 그리고 \mathbf{w} 는 잡음을 의미한다. 또한, 논문 [10]에서와 마찬가지로 통계적 간섭 정보가 필요하고 선형 연산자를 만들기 위

해서 잡음 분산이 필요하다.

\mathbf{x} 로부터 측정된 \mathbf{y} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{A}(\mathbf{x}_S + \mathbf{x}_I + \mathbf{w}) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}_S + \mathbf{A}\mathbf{x}_I + \mathbf{A}\mathbf{w} \end{aligned} \quad (7)$$

측정된 \mathbf{y} 신호로부터 간섭과 잡음 부분을 없애기 위해서, 우리는 원하는 신호와 추정된 신호 사이의 MSE(Mean Square Error)를 최소화하는 간섭 제거 선형 연산자 행렬을 디자인 해야 한다. 즉, 복구하고자 하는 성신 신호를 $\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{x}_S$, $\hat{\mathbf{s}}$ 를 추정된 신호라고 두고 MMSE 방법을 통해서 해를 풀면 최종적으로 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{P}_{MMSE}\mathbf{y}$ 형태가 나오게 된다. 그러므로, 압축 영역에 기반한 MMSE의 간섭 제거 선형 연산자를 정의 할 수 있다.

IV. 광대역 통신 시스템에서 NBI 제거

본 장에서는 앞에서 알아본 가장 기본적인 압축영역에서의 간섭제거 방법이 광 대역 통신 시스템의 OFDM 시스템과 UWB 시스템에 존재하는 NBI 제거를 위해서 어떻게 응용되는지 검토해 보도록 한다.

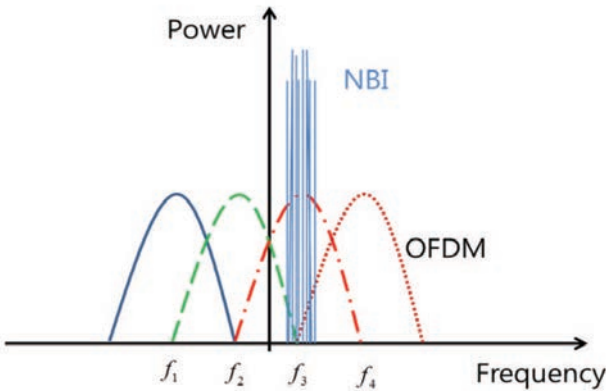
압축센싱 이론을 이용한 간섭 제거 방법으로 먼저 잡음에 대한 고려 없이 간섭을 제거하는 방법을 소개하고 나아가 잡음과 간섭을 포함한 상황에서 MMSE를 이용한 보다 현실적인 간섭 제거 방법을 제시

1. OFDM 시스템의 NBI 제거

먼저 압축센싱을 이용해서 광대역 OFDM시스템에서 문제가 되고 있는 의도적인 NBI가 어떻게 제거 될 수 있는지 살펴 보도록 하자.

NBI는 <그림 1>에서 보이는 바와 같이 광 대역 OFDM 을 활용 하는 통신 시스템에 나타나게 된다. 이 NBI는 무선통신 시스템의 성능을 열화 시킨다. 따라서, 의도적인 NBI(Jamming이라고도 불림)를 통해서 군사 응용에서 사용되는 무선 네트워크에 성능 열화를 가하는 공격을 하기도 한다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서 무선통신의 일반적인 채널인 시간이 변하는 주파수 선택적인 페이딩 채널을 겪는 OFDM 시스템에서 압축센싱을 이용하여 NBI 신호를 제거하는 방법에 대해서 소개한다. 여기서 OFDM



〈그림 1〉 OFDM 시스템에서 NBI 발생

시스템은 zero padding(ZP)을 guard sequence로 사용하고, 사용된 표기법의 대부분은 [12]을 따른다.

주파수 영역에서 수신된 신호는 다음과 같이 식(8)로 나타내어 진다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{X} + \mathbf{Z} + \mathbf{J} \quad (8)$$

여기서 \mathbf{A} 는 $P \times P$ 의 크기를 가지는 채널 행렬부분, (P 는 데이터 길이 N 과 guard sequence길이 ν 의 합이고, $\nu \ll N$ 만족한다.) \mathbf{V} 는 $P \times N$ 의 크기를 가지는 ZP 전송 행렬 부분, \mathbf{Z} 는 $P \times 1$ 크기를 가지는 잡음, \mathbf{J} 는 $P \times 1$ 크기를 가지고 K 개의 부 반송파에 협 대역으로 간섭이 일어나는 NBI 신호를 나타낸다. NBI 신호는 전체 광 대역에서 일부분만이 간섭을 일으키기 때문에 성긴 신호로써 고려된다. 즉, K -sparse 신호이다. 따라서, 압축센싱 이론을 이용해서 수신된 신호 \mathbf{Y} 로부터 \mathbf{J} 값을 찾을 수 있다. 여기서 나머지 신호들은 알려지지 않았기 때문에 잡음으로써 모델 된다. 잡음 레벨을 줄이기 위해서 알려지지 않은 데이터 부분을 없앤다. 이것은 $\mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{0}$ 을 만족시키는 $P \times P$ 의 크기의 \mathbf{W} 행렬을 \mathbf{Y} 에 곱함으로써 가능하게 된다. 즉, \mathbf{W} 는 $\mathbf{A}\mathbf{V}$ 의 왼쪽 영-부분공간(null-subspace) 영사 행렬로 디자인 되어야 한다^[10]. \mathbf{W} 행렬을 \mathbf{Y} 에 곱하면 식(8)은 식(9)와 같이 나타난다.

압축센싱 간섭제거 방법을 의도적인 NBI가 존재하는 광 대역 OFDM 시스템에 적용 가능함

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}} &= \mathbf{W}\mathbf{Y} = \mathbf{W}(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{X} + \mathbf{Z} + \mathbf{J}) \\ &= \mathbf{W}\mathbf{J} + \tilde{\mathbf{Z}} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 \mathbf{W} 는 rank ν 를 가지는 측정행렬이 되기 때문에 식(9)는 under determined 시스템이 된다. 이 식은 압축센싱 기본식 (1)에서 잡음 $\tilde{\mathbf{Z}}$ 이 추가된 형태로 제한된 L1-norm 최소화^[3]를 이용해서 \mathbf{J} 를 찾는 것이 가능하다. \mathbf{J} 를 찾으면 \mathbf{Y} 에서 \mathbf{J} 를 빼면 $\mathbf{Y} - \mathbf{J} = \mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{X} + \mathbf{Z}$ 와 같이 나타내지므로 NBI가 없이 통신이 가능하다.

이러한 기본적인 시스템은 NBI가 원하는 신호와 동기화가 되어 있지 않은 주파수 오프셋인 경우에도 NBI 신호는 성긴 신호의 특징을 그대로 가짐을 보였다^[12]. 따라서 이러한 환경에도 앞에서 보인 식과 비슷하게 모델링 되고 압축센싱 문제를 이용해서 풀 수 있다. 뿐만 아니라, 논문 [12]에서는 cyclic-prefix를 guard sequence로 이용 했을 때도 NBI를 제거 할 수 있음을 보였다.

또한, 논문 [12]에서 사용된 방법을 MIMO-OFDM 시스템에 확장한 연구도 최근에 진행된바 있다^[13]. 여기서 저자는 송신기가 2개 수신기가 N 개인 상황을 고려했다. 여기서 수신된 NBI 신호들이 비상관성을 가지기 위해서 각각의 수신 안테나는 서로서로 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정한다. 따라서, 위에서 제안한 NBI추정 및 제거 방법을 각각의 안테나에 똑같이 적용시킬 수 있음을 보였다.

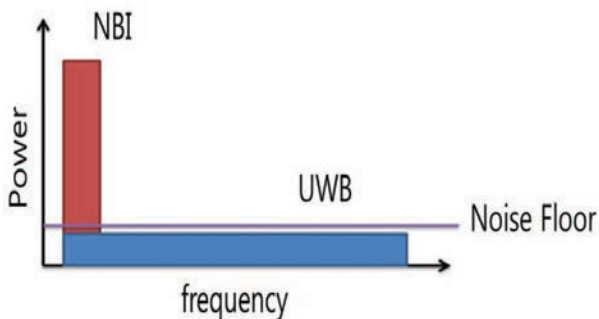
2. UWB 시스템의 NBI 제거

이 장에서는 압축센싱을 이용해서 초 광 대역(UWB) 시스템에서 문제가 되고 있는 다른 협 대역 시스템과의 간섭(NBI)이 어떻게 제거 될 수 있는지 살펴 보는 것을 목표로 한다.

UWB 기술은 짧은 거리의 무선 통신에서 높은 데이터 전송률을 가질 수 있을 것으로 기대되는 통신 시스템이다. 하지만, UWB 신호의 넓은 대역폭 때문에 높

은 표본 율(Sampling rate)이 필요하다는 문제점을 가지고 있다. 이 문제점은 서론 부분에서 언급했듯이 압축센싱 기술을 이용해서 해결 할 수 있다. 하지만 <그림 2>에서 보는 바와 같이 다른 협 대역 시스템이 UWB 신호의 전체 대역폭에 일부분이 공존하는 문제 또한 발생한다. 즉, 협 대역 시스템은 UWB 시스템에서 주파수 영역에서 성긴 표현으로 나타내어 지는 협 대역 간섭(NBI)으로 볼 수 있다. 따라서, 압축센싱을 이용해서 NBI는 추정되고 제거 될 수 있다. 이렇듯 압축센싱 기술은 UWB시스템에서 NBI를 제거하는데 있어서 적합한 기술이라는 것을 알 수 있다. 이제 압축센싱을 이용해서 UWB 시스템에서 어떻게 NBI를 제거 하는지에 대해서 간단히 알아 보겠다.

NBI 제거를 위해 압축센싱의 부분공간 측정 행렬과 정보의 끝 부분에 보충적인 정보나 데이터의 시작을 나타냄으로써 전송을 동기화 하는데 사용되는 training을 기반으로, 세계의 파일럿 그룹 심볼이 사용되었다^[14]. 각각의 파일럿 그룹 심볼은 NBI 신호 부분공간, UWB 신호 부분공간 추정 그리고 채널 정보를 제공하기 위한 것이다. NBI 부분공간 추정은 NBI 제거 과정을 위해 필요하고, UWB 부분공간 추정은 대부분의 신호 에너지를 포함하는 채널 경로들을 찾기 위해 필요하다. NBI 뿐만 아니라 수신된 UWB 신호 또한 성긴 신호로 나타내어 질 수 있는 것이 알려져 있으므로^[15] 압축센싱 기법을 이용할 수 있다.



<그림 2> UWB 시스템에서 NBI 발생

압축센싱 간섭제거 방법을 협 대역 시스템이 혼재해서 NBI가 발생하는 UWB 시스템에 적용 가능함

우리는 본 논문의 주제와 연관되어 있는 NBI가 UWB 시스템에서 어떻게 제거 되는지에 대해 집중해서 간단히 알아 보겠다. 부수적인 내용인 기본적인 UWB 통신 시스템 모델과 세번째 파일럿 신호를 이용한 신호 검출 등에 관한 내용은 [14,16]을 참조하길 바란다.

먼저 첫 번째 파일럿 그룹 심볼 동안 수신된 신호 y_1 는 RIP 조건을 만족시키기 위해서 NBI 부분공간 측정 행렬 크기가 $M \times N$ 이고 $M \ll N$ 인 I.I.D 베르누이 분포를 따르는 A_1 에 의해 곱해진다. NBI 부분공간 추정을 할 때, UWB 심볼은 전송되지 않으므로, NBI신호 부분공간은 압축 측정에 의해 추정될 수 있다. NBI 부분공간 신호의 제거를 위한 영사 행렬 P 는 $N \times N$ 의 크기를 가지고 영-부분공간(null-subspace) 영사 행렬로 디자인 되어야 한다^[10]. 식으로 간단히 나타내면 아래 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Py_1 = PA_1r = P(A_1J + A_1w) = A_1w \quad (10)$$

여기서 r, J, w 는 $N \times 1$ 의 크기를 가지고 각각 샘플된 수신 신호, 디지털화된 NBI신호, 디지털화된 잡음을 나타낸다. 특히, J 는 K -sparse 성긴 신호로써 K 개의 협 대역 시스템의 신호만 충분히 세기가 커서 UWB 시스템에 영향을 미친다고 가정한다.

다음으로 두 번째 파일럿 그룹 심볼 동안 샘플된 수신 신호 y_2 는 부분공간 측정 행렬 크기가 $M \times N$ 이고 $M \ll N$ 인 측정행렬 A_2 에 의해 곱해진다. 두 번째 파일럿 그룹 심볼 동안에는 UWB심볼이 전송되는 동안 NBI 신호도 포함된다. 이때, A_2 는 NBI 부분공간 추정 때 만든 A_1 과 P 의 정보를 이용해서 $A_2 = A_1P$ 로 만든다. 즉, NBI 부분공간 측정 행렬에 NBI 부분공간 신호의 영사 행렬을 곱해서 만든다. 따라서, NBI는 제거 될 수 있다. 식으로 간단히 나타내면 아래 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_2 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{r} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{A}_2 \mathbf{J} + \mathbf{A}_2 \mathbf{w} \\ &= \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{A}_2 \mathbf{w} \end{aligned} \quad (11)$$

식(10)에 비해 식 (11)에서 추가된 \mathbf{x} 는 $N \times 1$ 의 크기를 가지고 디지털화된 UWB 신호를 나타낸다. 식(11)에서 알 수 있듯이 UWB 신호가 존재하는 상황에서 $\mathbf{A}_2 \mathbf{J} = \mathbf{0}$ 으로 NBI가 제거 됐음을 확인 할 수 있다. 또한, 최근에는 보다 효율적인 파일럿 심볼 사용을 위해서 위에서 소개한 논문 [14]에서 더 나아가 UWB 시스템에서 압축센싱 기반 NBI제거에 필요한 파일럿 심볼 분포에 대한 연구가 진행 됐다^[17].

V. 결론

본 논문에서는 압축센싱 이론을 이용한 간섭제거 방법을 알아보고, 압축센싱 이론이 가진 특성을 이용해 NBI가 존재하는 광 대역 통신 시스템 OFDM과 UWB 시스템에서 어떻게 NBI가 제거 되는지에 대해서 초점을 맞춰서 알아봤다. 본 논문에서 소개한 분야 외에도 압축센싱 이론은 전통적 방식의 신호 획득 방법 및 그에 의한 시스템 설계 방식을 무너뜨리는 혁신적인 방식이기 때문에 다양한 통신과 네트워크 시스템에서 활발히 활용되고 있다. 그 예로 인지 무선통신 스펙트럼 센싱, 무선 센서 네트워크, 네트워크 데이터 마이닝 등에서 전통적인 시스템으로 해결하기 어려운 문제점을 해결하는데 압축센싱 이론을 적용한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 앞으로도 압축센싱 이론은 정보통신 및 신호처리 분야에 있어서 기존의 전통적인 시스템으로 해결하기 어려운 많은 문제들을 해결하기 위해 긴요하게 쓰일 것으로 기대된다.

감사의글

본 논문은 2013년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (중견연구자-도약연구사업, NO.2013-035295)

참고 문헌

- [1] E. J. Candes, "Compressive sampling," in Proc. International Congress of Mathematics, Madrid, Spain, 2006, vol. 3, pp. 1433-1452.
- [2] D. L. Donoho, "Compressed sensing," IEEE Trans. Info. Theory, Vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, Sep. 2006.
- [3] E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 59, no. 8, pp. 1207-1223, Aug. 2006.
- [4] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, Feb. 2006.
- [5] 이흥노, 박상준, 박순철, "압축센싱 소개," 대한전자공학회지, 전자공학회지 vol. 38, no. 1, pp. 19-30, Jan. 2011.
- [6] S. S. Chen, D. L. Donoho, M.A Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," SIAM J. Sci. Comput., Vol. 20, No. 1, pp. 33-61, 1998.
- [7] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," IEEE Trans. Info. Theory, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, Dec. 2007.
- [8] Robert Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the LASSO," Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), vol. 58, no. 1, pp. 267-288, 1996.
- [9] B. Efron, T. Hastie. I. M. Johnstone, and R. Tibshirani, "Least angle regression," The Annals of Statistics, vol. 32, no. 2, pp. 407-409, 2004.
- [10] M. A. Davenport, P. T. Boufounos, and R. G. Baraniuk, "Compressive Domain Interference Cancellation," Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations



(SPARS), Saint-Malo, France, April 2009.

[11] Seunggye Hwang, Seunghun Jang, Dongku Kim, Jeongwook Seo, "An MMSE-based Compressive Domain Interference Cancellator for Wideband Systems," in IEEE ICCAE, Feb. 2010.

[12] A. Gomma and N. Al-Dhahir, "A Compressive Sensing Approach to NBI Cancellation in Mobile OFDM Systems," in IEEE GLOBECOM, Dec. 2010.

[13] A. Gomma and N. Al-Dhahir, "A Sparsity-Aware Approach for NBI Estimation in MIMO-OFDM," IEEE Trans. on Wireless Comm., vol. 10, pp. 1854-1862, June. 2011.

[14] Z. Wang, G. R. Arce, B. M. Sadler, J.L. Paredes, S. Hoyos, and Z. Yu, "Compressed UWB signal Detection with Narrowband Interference Mitigation," in IEEE ICUW, Vol.2, pp.157-160, Sep. 2008.

[15] J. L. Paredes, G. R. Arce, and Z. Wang, "Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation," IEEE J. Sel. Topics Signal Process., vol. 1, no. 3, pp. 383-395, Oct. 2007.

[16] Z. Wang, G. R. Arce, B. M. Sadler, J. L. Paredes, and X. Ma, "Compressed detection for pilot assisted ultra-wideband impulse radio," in IEEE ICUW, Sep. 2007.

[17] S. A. Alawsh, A.H. Muqalibel, "Pilot Symbols Distribution for Compressive Sensing Based NBI Mitigation in UWB Systems," in IEEE ICUWB, Sept. 2013.

[18] Andrea Giorgetti, Marco Chiani, Moe Z. Win, "The Effect of Narrowband Interference on Wideband Wireless Communication Systems," in IEEE Trans. On Comm., vol. 53, no. 12, Dec. 2005.

[19] Batra. A, Zeidler. J. R, "Narrowband interference mitigation in OFDM systems," in IEEE MILCOM, Nov. 2008.

[20] Itsik Bergel, Eran Fishler, Hagit Messer, "Narrowband interference mitigation in impulse

radio," in IEEE Trans. On Comm., vol. 53, no. 8, August 2005.



신종목

- 2013년 2월 경북대학교 전자공학부(학사)
- 2013년 3월~현재 광주과학기술원 정보통신공학부 석사과정

〈관심분야〉
무선통신, 압축센싱, 재밍, 안티재밍



강주성

- 2012년 2월 아주대학교 전자공학부(학사)
- 2013년 3월~현재 광주과학기술원 정보통신공학부 석박사 통합과정

〈관심분야〉
무선통신, 압축센싱, DSP



이 흥 노

- 1993년 University of California, Los Angeles
전자공학과 (학사)
- 1994년 University of California, Los Angeles
전자공학과 (석사)
- 1999년 University of California, Los Angeles
전자공학과 (박사)
- 1999년 3월~2001년 11월
Member of Technical Staff of Hughes
Research Lab. in Malibu, California
- 2002년 1월~2008년 12월
in Department of Electrical and
Computer Engineering University of
Pittsburgh, 조교수
- 2009년 1월~2013년 3월
광주과학기술원 정보통신공학부 부교수
- 2013년 3월~현재
광주과학기술원 정보통신 공학부 정교수

〈관심분야〉

압축센싱, 정보이론, 부호이론, 무선통신, BCI