다중입력다중출력 구형 검출기를 위한 복잡도 예상 방법

장환철, 이흥노
광주과학기술원 정보통신공학부
e-mail : hcjang@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr

Pruning potential prediction in Sphere decoding for MIMO detection

Hwanchol Jang, Heung-No Lee
Department of Information and Communications
Gwangju Institute of Science and Technology

Abstract

이 논문에서 우리는 구형 검출기(SD)의 가지치기 잠재력을 예상하는 방법을 개발하였다. 이로 인해 구형 검출기의 트리 서치 시에 루트 레벨에서의 가지치기의 수를 늘릴 수가 있는데, 이는 가장 효율적인 가지치기가 일어나는 곳이다. 가지치기 예상을 쉽게 하기 위해서 구형 제약(SC)을 대신하여 평면 제약(OC)을 사용하였다.

I. 서론

구형 검출기(Sphere Decoding: SD) [1], [2]는 다중입력다중출력(Multiple-Input Multiple-Output: MIMO) 디텍션을 위한 트리 서치(tree search) 알고리즘이다. 구형 검출기는 최대공산추정법(Maximum Likelihood: ML)의 해를 알아내는데, 기존 ML 방식과 같이 모든 벡터 심볼 **x**를 다 고려 하는게 아니라, 그 중에서 그 Hx와 수신된 신호 y와의 거리가 일정거리 $\sqrt{C}$ 이내에 있는 것들만 고려함으로써 디텍션의 복잡도를 줄인다. 이를 위해 트리 서치 중에 트리의 룻트(root)로부터 어느 특정 경로까지의 부분 유클리드 거리 (Partial Euclidean Distance: PED) 가 계산이 되는데, PED는 경로가 하위로 더 진행 될수록 단순 증가하는 특징을 가지고 있다. 따라서 어느 경로에서 PED가 $\sqrt{C}$ 보다 크다고 판명 나게 되면, 그 경로의 하위 트리는 트리 서치를 더욱 진행 시킬 필요 없이 트리 서치에서 잘려내도 된다. 이 PED와 $\sqrt{C}$를 이용한 가지치기 조건은 구형 제약 (Sphere Constraint: SC)이라고 불린다.

트리의 구조상 가지치기는 룻트레벨에서 하는 것이 가장 효과적인데, 이는 검색을 하지 않고도 잘려나가게 되는 하위 트리의 크기가 가장 크기 때문이다. 우리는 룻트레벨에서의 가지치기 수를 높이기 위해 $\boldsymbol{x}$의 각 요소(components)중에 가장 가지치기 잠재력(Pruning Potential: PP) 이 큰 요소를 알아내고 그 요소를 룻트레벨에 배치하는 접근 방법을 취하려 한다. 그러나 트리 서치 이전에 가지치기 잠재력을 예상하는 건 아주 어렵다.

이 논문에서 우리는 가지치기 잠재력을 예상하는 방법을 개발한다. 이를 이해 SC대신 평면 제약(Orthotope Constraint: OC) [3]을 사용하는 것을 제안하는데, 이는 OC의 단순성으로 인해 PP계산이 어렵지 않게 되며, 또한 룻트에서의 가지치기양은 SC를 사용한 것이나 OC를 사용한 것이나 아주 비슷하기 때문에 OC를 SC로 대체하여 사용하여도 문제가 되지 않기 때문이다.

II. 시스템 모델 및 기호 설명

이 논문에서 M 개의 수신 안테나와 N 개의 송신 안테나를 갖는 ($M \geq N$) 복소수 베이스밴드 MIMO 채

널 모델이 고려되었다. 이 때 채널 H는 수신단에 알려져 있다고 가정하였다. 다음이 시스템 모델의 수학적 표현이다.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Hx} + \boldsymbol{w}$$

여기서, $\boldsymbol{y} = [y_1, \ldots, y_M]^T$ 는 수신 신호를 나타낸다. H는 $M \times N$ 블록 레일레이(Rayleigh) 페이딩 채널 메트릭스 이다. 이때 H의 각 엘리먼트들은 독립적 동일한 분포 (Independent, Identically Distributed: IID)를 갖는 평균이 0이고 편차가 1인 복소수 가우시언 불규칙 변수이다. $\boldsymbol{x} = [x_1, \ldots, x_N]^T$는 전송된 심볼 벡터로, 각 요소들의 값들은 유한한 신호 좌표(constellation) O중에 한 값을 가지게 된다. 즉 $x_k \in O, k = 1, \ldots, N$이다. $\boldsymbol{w} = [w_1, \ldots, w_M]^T$는 AWGN(additive white Gaussian noise) 벡터로 각 요소들은 평균이 0이고 편차가 σ^2이다.[1)]

III. 본론

트리의 룻트에서의 가지치기량을 최대화 하기 위해 우리는 x의 요소 중에서 그 요소가 룻트에 위치하게 되었을때 그 요소의 후보자 좌표점들 (candidate constellation points) 중에서 SC에 의해 가장 많은 후보자가 잘려나가게 될 잠재력을 가진 요소를 알아내야 한다. 이를 위해서 가장 작은 구를 알아내야 하는데, 이는 최대공산 추정법의 해와 수신된 신호$\boldsymbol{y}$와의 유클리드 거리에 대한 지식을 요구한다. 하지만 이는 트리 검색 전에 알아내기가 아주 어렵다.

따라서 우리는 이를 단순화하기 위해 SC보다 간단하지만 가지치기의 정도는 비슷한 다른 제약조건의 사용을 생각해볼 수 있다. 이는 룻트에서의 SC의 엄격도는 크지 않기 때문에 이와 비슷한 엄격도를 가지는 다른 제약 조건들을 알아낼 수 있기 때문이다. 한 예로 OC를 들 수 있다. 또한 우리는 룻트에서 SC로 인한 가지치기의 양과 OC로 인한 가지치기의 양이 거의 같음을 관측하였다.

기하학적으로 OC는 N개의 정사각형(square)들의 모임으로 볼수 있으며 이 때 각자의 정사각형, 예를 들어, k번째 정사각형은 그 중심점이 $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{H}^*\boldsymbol{y}$의 k번째 요소의 값과 일치하고 그 폭은 $\sqrt{C}\delta_k$이다 ($k = 1, \ldots, N$). 이 각자의 정사각형안에 포함되는 좌표점들은 OC를 만족하는 좌표점들이고, 그 밖에 위치하는 좌표점들은 OC를 만족시키지 못하는 좌표점들이다. OC는 수학적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\triangle(x_k) \le \sqrt{C}\delta_k, x_k \in O$$

이 때 k는 1에서 N까지의 값을 갖으며 $\triangle(x_k) = \max\{|Re(x_k) - Re(r_k)|, |Im(x_k) - Im(r_k)|\}$, $\delta_k = \| \boldsymbol{H}^*(k,:) \|_2$이다.

이때 각 정사각형들의 폭은 일정한 비율을 가지고 있다.

정의 1: (초월평면 정사각형 비율:OSW) 정사각형들은 $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_N$의 비율을 가지고 있다.

SC의 기하학적인 표현인 구와는 다르게, OC의 가장 작은 검색 공간인 가장 작은 초월평면은 최대공산법 해의 정보 없이도 알아낼 수 있다.

정의 2: 최소 초월평면 (MO) 은 적어도 한 벡터 포인트를 포함하게 되는 가장 작은 초월평면이다.

정리 1. x의 k번째 요소인 x_k의 후보자중에서 다음 조건을 만족하는 후보자는 MO에 포함되어 있다.

$$\triangle(x_k) \le \sqrt{C_{MO}}\delta_k,$$

$C_{MO} = \max_{k=1,2,\ldots,N}\left[\left(\delta_k^{-1}\right)^2 \min_{x_k \in O}\left(\triangle^2(s_k)\right)\right]$ 이다. 이 조건을 만족시키지 않는 후보자들은 모두 MO에 안에 있지 않다.

증명: [4]참조.

정리 2. (가지치기 잠재력) S_{k-MO}를 MO의 k번째 레벨에 속한 후보자들의 집합이라고 하면은, 이때 x_k의 가지치기 잠재력은 $|O| - |S_{k-MO}|$이다.

증명: [4]참조.

x의 각 요소들의 가지치기 잠재력을 계산한 다음, 가장 큰 잠재력을 가지는 요소가 최적 요소로 선택되게 된다. 그리고 이를 이용하여 트리 구조를 다시 구성하면은 구형 검출기의 트리 서치 시, 룻트레벨에서 가지치기 수를 늘려 복잡도를 훨씬 줄일 수 있다. 예를 들어 x의 두 번째 요소가 최적요소로 선택되었다면, x대신 $\tilde{\boldsymbol{x}} = [x_1, x_N \ldots, x_2]^T$를 사용하고 $\boldsymbol{H} = [\boldsymbol{h}_1, \boldsymbol{h}_2, \ldots, \boldsymbol{h}_N]^T$ 대신 $\tilde{\boldsymbol{H}} = [\boldsymbol{h}_1, \boldsymbol{h}_N, \ldots, \boldsymbol{h}_2]^T$를 사용하여 트리를 구성함으로 복잡도를 줄일 수 있다.

IV. 결과

이 논문에서 제안한 방법이 최적 요소 선택을 실패할 확률이 시뮬레이션 결과로 주어졌다. 8×8 다중안테나 16-QAM 좌표 시스템을 고려했을때 그 실패율은 SNR이 10dB일때 3%였고, 그 이후로 계속 줄어드는걸로 나타났다. 우리는 또한 다른 시스템에서도 방대한 시뮬레이션을 시행하였고, 그 결과 또한 같은 경향을 보임을 확인하였다.

---

1) 소문자 볼드체, 대문자 볼드체는 각각 벡터와 메트릭스를 나타내며, $\boldsymbol{H}^*$는 pseudo-inverse를 나타내고, $\boldsymbol{H}(k,:)$는 메트릭스의 k번째 행을 나타낸다. 벡터의 각 요소들은 subscript로 인덱스된다. $\| \boldsymbol{x} \|_2$는 벡터의 세컨드 노옴을 나타낸다.

V. 결론

구형 검출기를 위한 가지치기 잠재력 예상 방법이 제공되었다. 이 방법은 구형 검출기 트리의 룻트에 위치하게 될 최적 요소를 결정하는데 쓰인다. 여기서 제안하는 방법은 SC대신 OC를 사용하여 가지치기 잠재력을 계산하는 것이다. 시뮬레이션 결과가 최적 요소 선택의 실패가 일어날 확률은 8×8 다중안테나 16-QAM 좌표 시스템을 고려했을때 여러범위의 SNR에서 3% 이내로 나타났다.

Acknowledgement

이 논문은 2012년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (중견연구자-도약연구사업, N0. 2012-0005656)

참고문헌

[1] M. Pohst, “On the computation of lattice vectors of minimal length, successive minima and reduced bases with applications,” *ACM SIGSAM Bull.*, vol. 15, pp. 37 - 44, Feb. 1981.

[2] E. Agrell, T. Eriksson, A. Vardy, and K. Zeger, “Closest point search in lattices,” *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol.48, no.8, pp.2201 - 2214, Aug. 2002.

[3] C. Z. W. H. Sweatman and J. S. Thompson, “Orthotope sphere decoding and parallelotope decoding－reduced complexity optimum detection algorithms for MIMO channels,” *Signal Processing*, vol.86, no.7, pp.1518 - 1537, July 2006.

[4] H. Jang, S. Nooshabadi, and H.-N..Lee, “Complexity predicted orthotope sphere decoding for multiple-input multiple-output systems,” submitted to *IEEE Trans. on Wireless Communications*.