

2015 대한전자공학회 하계종합학술대회

2015년 6월 21일(일)~23일(화) | 제주 라마다호텔(제주시)

주최 : 사단법인 대한전자공학회

후원 : 한국과학기술단체총연합회, 해동과학문화재단,
삼성전자, LG전자, SK하이닉스, 전자부품연구원

협찬 : 현대자동차, 현대오트론, 현대오토에버,
전자정보연구정보센터, (주)엑스퍼넷, 이니프로



- 03. 실내 위치 인식 향상을 위한 거리 기반 및 거리 자유 혼합 방법 CFP-496
 - ▶ 유형열, 이영춘, 고승렬, 박종주, 김상덕, 정정화(한양대학교)
- 04. 기반시설 제어시스템 보호를 위한 진화형 이상징후 탐지시스템에 관한 연구 CFP-497
 - ▶ 임유석, 김충효, 이영성, 정금영(한국전력공사)
- 05. IEEE 802.16 기반의 무선 메쉬 네트워크에서 고속 무선 채널을 고려한 파일럿 구조 CFP-507
 - ▶ 김한나, 권동승(한국전자통신연구원)

6월 22일 (월) 15:00~16:30

2층 로비

포스터 세션 3 (통신 3)

좌장 이용구(한림성심대)

- 01. AVB 시스템을 위한 MCU 기반의 제어모듈 설계 및 구현 CFP-279
 - ▶ 김민재, 천재만, 윤종호(한국항공대학교)
- 02. 이더넷 프레임의 프리앰블 영역과 인터프레임 갭 타임의 축소를 통한 FPGA 기반의 타임스탬핑 방법 및 분석 장치 구현 CFP-280
 - ▶ 김민재, 천재만, 윤종호(한국항공대학교)
- 03. PRBS를 사용하는 Sub-Nyquist 표본화 시스템의 측정행렬 분석 CFP-294
 - ▶ 장재혁, 최승윤, 김대영, Mohamed Yaseen J., Rohit Thakur, 이홍노(광주과학기술원)
- 04. xCore 프로세서 기반의 AVB 모듈 설계 및 구현 CFP-320
 - ▶ 천재만, 김민재, 윤종호(한국항공대학교)

6월 22일 (월) 16:30~18:00

2층 로비

포스터 세션 4 (통신 4)

좌장 이문구(김포대학교)

- 01. 국방 네트워크 보안 강화를 위한 신뢰관리 기법 적용 방안 CFP-232
 - ▶ 김재동, 서순호, 정종문(연세대학교)
- 02. 필터 뱅크 다중 반송파 시스템에 적합한 전력 할당 기법 CFP-240
 - ▶ 남형주, 한성배, 박상준, 민경식, 박연희, 최수용(연세대학교)
- 03. 웨어러블 디바이스에 사용 가능한 이중대역 모노폴 안테나 설계 CFP-251
 - ▶ 이호준, 김군태, 김동탁, 김준희(전자부품연구원)
- 04. 휴대폰 Rear Case 삽입형 이중대역 WLAN 안테나 설계 CFP-252
 - ▶ 이호준, 김동탁, 김군태, 김진명(전자부품연구원)
- 05. 차량 간 협력 주행을 위한 협력주행 프로토콜 CFP-259
 - ▶ 정한균, 진성근, 윤상훈, 임기택(전자부품연구원)

PRBS를 사용하는 Sub-Nyquist 표본화 시스템의 측정행렬 분석

*장재혁, 최승윤, 김대영, Mohamed Yaseen J., Rohit Thakur, 이흥노
광주과학기술원 정보통신공학부

e-mail : jjh2014@gist.ac.kr, sychoe21@gist.ac.kr, ddykim@gist.ac.kr, yaseen@gist.ac.kr,
trohit920@gmail.com, heungno@gist.ac.kr

Analysis of sensing matrix of sub-Nyquist sampling using PRBS

*Je-Hyuk Jang, Seung-Yun Choe, Dae-Young Kim, Mohamed Yaseen J.,
Rohit Thakur, Heung-No Lee
School of Information and Communication Engineering
Gwangju Institute of Science and Technology

Abstract

For a sub-Nyquist sampling system using Pseudo random binary sequences(PRBS), non-ideal characteristics of hardware parts used in the system result in unexpected and unmanageable model mismatches. In this paper, we introduce a representative sub-Nyquist sampling system named Modulated Wide Converter(MWC) and analysis how non-ideal characteristics such as band limited effect and non-linearity influence on a sensing matrix which is essential for recovery. We show that the sensing matrix perturbed by band limited effect can be easily treated and non-linearity case corrupts the output of system as adding error terms which are dependant on the input signal and PRBSs.

I. 서론

Nyquist's sampling theorem은 신호를 Nyquist rate로 표본화했을 때, 이산시간신호 표본으로부터 원래의 연속시간신호를 완전하게 복원 할 수 있음을 말

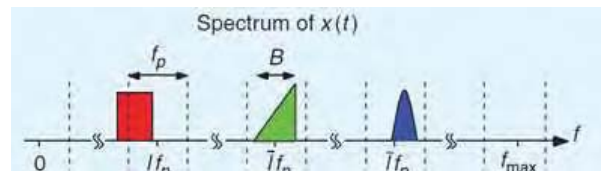


그림 1 다중대역신호[10]

한다[1]. 즉, 이산시간신호 표본의 Discrete Time Fourier Transform(DTFT)의 스펙트럼이 왜곡되지 않을 만큼 충분한 혹은 적절한 표본화주파수로 표본화가 수행되어야한다. 그러나 그림 1과 같이 신호가 넓은 spectral range에 걸쳐 희소하게 산재하는 다수의 협대역 스펙트럼성분으로 구성되어있고(다중 대역), 협대역 스펙트럼성분들의 위치를 모르는 경우(Blind) 최대주파수의 2배에 해당하는 표본화주파수를 사용하는 것은 정보이론적 관점에서 효율적이지 못하다[2].

[2]에서는 PRBS신호와 표본화 대상 Blind 다중대역 신호를 혼합한 후 Nyquist rate보다 훨씬 낮은 Sub-nyquist rate로 표본화 하였을 때 Compressive sensign 이론과 복원 알고리즘을 통해 복원 할 수 있음을 보였으며, [3]에서 하드웨어로 구현하였다.

그러나 실제로는 주파수 혼합기의 비선형과 같은 이상적이지 못한 환경에 의한 오차의 발생을 피할 수 없다. 본 논문에서는 이러한 비 이상적인 요인이 이론적으로 Model된 측정행렬에 어떻게 영향을 미치는지 분석하였다.

II. Modulated Wideband Converter [2]

Y. C. Eldar와 M. Mishali에 의해 제안된 Pseudo Random Binary Sequence(PRBS)를 사용하는 Sub-Nyquist 표본화 시스템인 Modulated Wideband Converter(MWC)는 PRBS를 신호에 곱해줌으로써 모든 협대역 성분들을 기저대역에 Aliasing되게 한 후 저속 표본화를 수행하고, 다시 왜곡된 협대역 성분들을 분리복원 함으로써 Sub-Nyquist sampling이 가능함을 보였다. 이 절에서는 MWC를 간략히 소개한다.

2.1 표본화 대상 신호

MWC의 대상 신호는 그림 1과 같은 최소 다중대역 신호이다. 구체적으로, 신호의 스펙트럼은 주파수 영역 $F_{nyq} = [-f_{max}, f_{max}]$ 에 걸쳐 최대 대역폭이 BHz인 최대 N 개의 협대역 스펙트럼 성분으로 구성되어 있으며, 각 협대역 스펙트럼 성분의 위치는 알려지지 않은 Blind 신호이다. MWC의 최종 출력은 각각의 협대역 스펙트럼 성분을 $2B$ 의 속도로 표본화 한 표본들의 집합이다.

2.2 MWC

MWC는 그림 2에서 보인 것과 같이 다수의 채널에서 병렬적으로 저속 표본화가 수행된다. 각 채널에서 입력 Blind 다중대역 신호 $x(t)$ 에 각각 다른 패턴을 가지는 PRBS $p_i(t)$ 가 곱해진다. 이 때, $p_i(t)$ 는 주기 T_p 의 주기신호이며, 다음과 같이 Fourier series 확장될 수 있다.

$$p_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{i,k} e^{j2\pi \frac{k}{T_p} t} \quad (1)$$

여기서 Fourier series coefficient $c_{i,k}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$c_{i,k} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p_i(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_p} t} dt \quad (2)$$

각 채널 혼합신호 $s_i(t) = x(t)p_i(t)$ 의 Fourier transform은

$$S_i(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{i,k} X(f - f_p k) \quad (3)$$

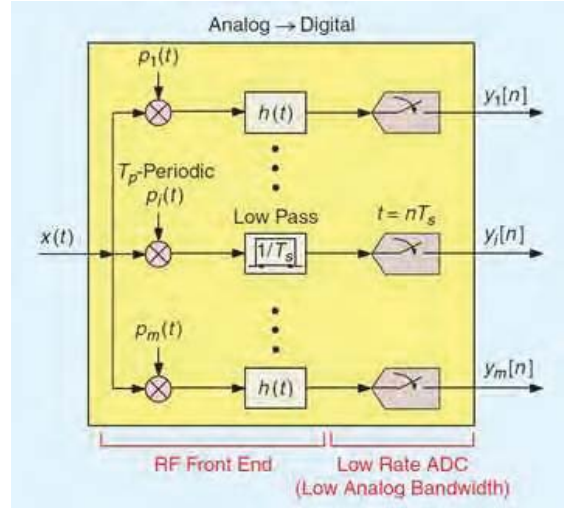


그림 2 Modulated Wideband Converter[10]

이며, 여기서 $f_p = 1/T_p$ 이고 $X(f)$ 는 $x(t)$ 의 Fourier transform이다. 이후, 신호는 차단주파수가 $f_s/2$ 인 저역통과필터를 통과한 후 f_s 속도로 표본화된다.

저역통과필터를 통과 후 저속 표본화된 각 채널의 표본 $y_i[n]$ 을 직관적인 행렬 형태로 표현하면

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1[n] \\ y_2[n] \\ \vdots \\ y_m[n] \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (4)$$

이며, 여기서 \mathbf{C} 와 \mathbf{x} 는 각각

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,-\infty} & \cdots & c_{1,k} & \cdots & c_{1,\infty} \\ c_{2,-\infty} & \cdots & c_{2,k} & \cdots & c_{2,\infty} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m,-\infty} & \cdots & c_{m,k} & \cdots & c_{m,\infty} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} LPF[x(t)e^{j2\pi(-\infty)f_p t}]_{t=nf_s} \\ \vdots \\ LPF[x(t)e^{j2\pi k f_p t}]_{t=nf_s} \\ \vdots \\ LPF[x(t)e^{j2\pi(\infty)f_p t}]_{t=nf_s} \end{bmatrix} \quad (6)$$

이다. 식 (6)의 벡터성분은 kf_p 만큼 주파수 천이된 $x(t)$ 의 기저대역 성분의 n 번째 표본임을 확인 할 수 있다. 즉, $X(f)$ 가 $F_{s,k} = [kf_p - f_s/2, kf_p + f_s/2]$ 영역에서 아무런 협대역 스펙트럼 성분을 갖지 않으면, \mathbf{x} 의 해당 원소는 0이다. 이러한 관찰의 결과로, \mathbf{x} 의 원소 중 영역 $F_{s,k}$ 가 최대주파수영역 F_{nyq} 을 벗어나는 원소는 그 값이 항상 0이므로 생략할 수 있음을 알 수 있다. 즉, (5)는 $(m \times L)$ 그리고 (6)은 $(L \times 1)$ 로 차원을 제한할 수 있다. 여기서, 정수 집합 $\mathcal{L} = \{l | F_{s,l} \subset F_{nyq}\}$ 이고 $L = |\mathcal{L}|$ 이며 일반적으로

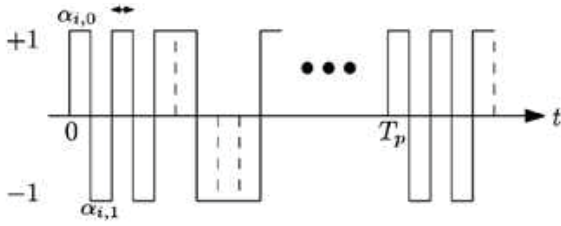


그림 3 PRBS 신호[2]

$L > m$ 이다. 덧붙여, $f_p \geq B$ 일 때 \mathbf{x} 의 0이 아닌 원소의 개수가 최소가 되며(희소벡터), $f_s \geq f_p$ 일 때 측정벡터 \mathbf{y} 는 \mathbf{F}_{nyq} 에 걸친 $x(t)$ 의 모든 스펙트럼 정보를 담을 수 있게 된다.

Sub-nyquist sampling은 측정벡터 \mathbf{y} 로부터 식(4)의 관계를 통해 (6)의 표본벡터 \mathbf{x} 를 복원함으로써 표본화가 수행된다. 이는 Underdetermined 시스템의 역문제인데, \mathbf{x} 가 희소벡터이고 측정행렬 \mathbf{C} 가 RIP(Restricted isometry property)[9]를 만족할 경우 Compressive sensing 복원 알고리즘을 통해 \mathbf{x} 를 복원 할 수 있다 [5]-[8].

2.3 유사잡음이진신호(PRBS)

MWC에서 사용되는 PRBS는 식(1)과 같이 Fourier series로 표현될 수 있는 주기성이 요구된다. PRBS의 주기가 T_p 이고 한 주기 동안 L 개의 유사잡음이진패턴을 가지도록 생성하였을 때(그림 3), 식 (2)로부터 Fourier series coefficient는 다음과 같이 계산된다.

$$c_{i,k} = \frac{1}{T_p} \sum_{l=0}^{L-1} a_{i,l} e^{-j2\pi \frac{lk}{L}} \int_0^{T_p} e^{-j2\pi k f_p t} dt \quad (7)$$

여기서, $a_{i,l} \in \{0,1\}$ 은 PRBS의 l 번째 유사잡음이진패턴이다. $c_{i,k}$ 는 측정행렬 \mathbf{C} 의 원소이며, (5)과 (7)을 통해 측정행렬 \mathbf{C} 를 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a_{1,0} & \cdots & a_{1,L-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,0} & \cdots & a_{m,L-1} \end{bmatrix} \mathbf{F} \begin{bmatrix} d_{\min\{\mathcal{L}\}} & & \\ & \ddots & \\ & & d_{\max\{\mathcal{L}\}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, \mathbf{F} 는 $(L \times L)$ Fourier matrix이며, d_k 는 식(7)의 적분항의 계산 결과이다.

III. 측정행렬 분석

3.1 수동 소자에 의한 대역제한효과

시스템의 실제 구현에 필요한 PRBS신호 발생기나 주파수 혼합기와 같은 물리적 소자들은 저항, 캐패시터 혹은 인덕터와 같은 수동소자를 사용한다. 수동소

자들의 R-C, R-L 혹은 R-L-C조합으로 인한 대역제한 효과는 그 정도에 따라 구형의 PRBS를 완만하게 만들며 변동을 주기도 한다. 이러한 수동소자들의 조합을 저역통과필터로 해석하여, 측정행렬 \mathbf{C} 에 어떻게 영향을 주는지 고려하였다.

주파수응답이 $H(f)$ 인 저역통과필터를 통과한 PRBS는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{P}_i(f) &= P_i(f)H(f) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{i,k} H(f_p k) \delta(f - f_p k) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $H_k = H(f_p k)$ 로 정의하면 수정된 Fourier series coefficient는 $\tilde{c}_{i,k} = c_{i,k} H_k$ 이다.

따라서 대역 제한된 측정행렬 \mathbf{C} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{H} \quad (11)$$

여기서, $\mathbf{H} = \text{diag}[H_{\min\{\mathcal{L}\}} \cdots H_{\max\{\mathcal{L}\}}]$ 이다. 소자 혹은 부품의 주파수 이득 특성은 제작업체에 의해 제공되기 때문에 \mathbf{H} 는 알려진 행렬로 가정 할 수 있다.

3.2 비선형성

주파수 혼합기는 소자의 비선형성을 이용해 두 신호의 주파수를 혼합한다. 그러나 혼합기의 입력 신호가 PRBS, 다중대역신호와 같이 많은 주파수성분을 포함하는 경우 해결하기 곤란한 spurious 성분들이 생성된다. 이러한 비선형성이 시스템의 입-출력 관계에 어떻게 영향을 주는지를 고려하였다.

비 선형 소자에 의한 입-출력 관계는 잘 알려진 Taylor 급수 근사화를 통해 표현될 수 있다.

$$v_{o,i}(t) = x(t)p_i(t) + \sum_{k=2}^{\infty} a_k (x(t)p_i(t))^k \quad (12)$$

여기서, 상수 a_k 는 시스템의 특성에 의해 결정되며, 출력신호 $v_{o,i}(t)$ 는 그 크기가 조정 된 것으로 간주한다.

식 (12)의 두 번째 항의 항 $\sum_{k=2}^{\infty} a_k (x(t)p_i(t))^k$ 는 식 (4)에서 고려되지 않은 비선형성에 의한 추가 항이며 이는 변질된 입력 신호가 또 다른 PRBS에 의해 aliasing이 발생하는 것으로 해석 할 수 있다. 즉,

$$a_k (x(t)p_i(t))^k = x^k(t)p_i^{(k)}(t) \quad (13)$$

이며 여기서, $p_i^{(k)}(t)$ 는 Fourier coefficient가 알려지지 않은 주기 T_p 의 주기신호이고 $x^k(t)$ 역시 그 협대역 성분의 위치가 $x(t)$ 와는 다르다. 식 (12)와 (13)으로부터 시스템의 비선형성은 입력 신호에 의존적인 상가성 (additive) 오차를 제공함을 알 수 있으며, 다음과 같이

행렬 형태로 표현 할 수 있다.

$$Y = CX + \sum_{k=2}^{\infty} C^{(k)} X^{(k)} \quad (14)$$

IV. 결론 및 향후 연구 방향

[2]에서 제안된 MWC는 주파수 혼합기를 사용하여 입력 신호에 PRBS를 곱함으로써 sub-Nyquist rate로 표본화를 수행한다. 그러나 이러한 방식의 시스템을 하드웨어로 구성하는 문제에 있어서는 소자들의 비 이상적인 특성으로 인해 다양한 문제를 야기 할 수 있다. 본 논문에서는 그 중 수동소자의 R-L-C조합으로 인한 PRBS의 대역제한효과와 주파수 혼합기의 비선형성에 따른 입-출력 특성을 분석하였다. 대역제한효과의 경우 충분히 넓은 주파수 동작 범위의 소자를 사용할 경우 알려진 주파수 이득 특성을 사용하여 측정행렬을 조정할 수 있지만, 비선형성에 의한 입력신호의 존적인 상가성 오차의 생성은 문제를 더욱 복잡하게 만들음을 알 수 있다.

본 논문에서는 비선형성이 입력 의존적인 상가성 오차를 제공함을 결론으로 끝을 맺었지만, 오차와 입력신호의 의존관계를 더욱 깊이 분석하거나 알려진 알고리즘을 사용하여 그 정도를 완화하는 추가적인 연구가 필요하다. 덧붙여, 대역제한효과와 비선형성 이외에도 PRBS신호 생성시 발생할 수 있는 timing jitter에 의한 측정행렬의 왜곡 또한 MWC에서 고려될 수 있는 사항이다.

Acknowledgment

이 논문은 정부의 재원으로 한국연구재단(NRF)의 지원을 받아 수행된 연구임 (NRF-2015R1A2A1A05001826)

참고문헌

- [1] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer, "Discrete-Time Signal Processing," Pearson, Third Ed., 2010
- [2] M. Mishali, Y. C. Eldar, "From theory to practice: sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals," IEEE Journal of selected topics in signal processing, Vol. 4, No. 2, April 2010
- [3] M. Mishali, Y. C. Eldar 외, "Xampling: analog to digital at sub-Nyquist rates," IET Circuits Devices System, 2011, Vol. 5, Iss. 1, pp. 8-20
- [4] D. L. Donoho, M. Elad, "Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via l1 minimization," Proc. Nat. Acad. Sci., vol. 100, pp. 2197-2202, Mar. 2003
- [5] M. Mishali, Y. C. Eldar, "Reduce and boost: Recovering arbitrary sets of jointly sparse vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 56, no. 10, pp. 4692-4702, Oct. 2008
- [6] J. Chen, X. Huo, "Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 54, no. 12, pp. 4634-4643, Dec. 2006
- [7] Y. C. Eldar and M. Mishali, "Robust recovery of signals from a structured union of subspaces," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 55, no. 11, pp. 5302-5316, Nov. 2009
- [8] E. J. Candes, "The restricted isometry property and its implications for compressed sensing," C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, vol. 346, pp. 589-592, 2008
- [9] E. J. Candes, J. Romberg, T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, Feb. 2006
- [10] Moshe Mishali, Yonina C. Eldar, "sub-Nyquist sampling," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 98-124, Nov. 2011