

## 두 노드의 협력 네트워크에서 비이진 네트워크 코딩을 이용한 Outage Probability

성진택, 이흥노  
광주과학기술원

jtseong@gist.ac.kr, heungno@gist.ac.kr

### Outage Probability of Two Nodes for Cooperative Networks using nonbinary network coding

Seong Jin-Taek, Lee Heung-No  
Gwangju Institute of Science and Technology (GIST)

#### 요약

본 논문에서는 두 개의 노드(node)와 하나의 기지국(base station)으로 구성된 협력 네트워크에 대하여 outage probability 를 구한다. 이 때, 이진과 비이진 네트워크 코딩을 이용하여 그 outage probability 들을 비교한다. 더불어서, 유도된 outage probability 을 큰 SNR 영역에서 간략한 형태로 이끌고 그 차이를 비교한다.

#### I. 서론

무선채널에서 페이딩(fading) 현상은 성능 열화를 가져오는 주된 원인이다. 이러한 페이딩 문제를 극복하려는 노력은 시공간 그리고 주파수 다이버시티(diversity) 기술을 이용하여 제안되어 왔다. 특히 공간 다이버시티는 무선 협력 네트워크에서 가상의 안테나 어레이를 만듦으로써 그 이득을 제공하고 있다[1].

협력 네트워크에서 outage probability 분석은 여러 문헌에서 연구되어 왔다 [1]-[7]. Chen et al.[3]은 이진 네트워크 코딩(BNC)이 다이버시티 이득과 대역폭 효율의 이득을 가져올 수 있음을 보여 주었다. 나아가 다중 노드와 다중 릴레이들로 구성된 무선 협력 네트워크에서는 비이진 네트워크 코딩(NBNC) 방법이 full 다이버시티 이득을 얻을 수 있음을 밝혔다[5],[6].

본 논문에서는 두 개의 노드와 하나의 기지국으로 구성된 협력 무선 네트워크를 고려한다. 이 때, 네트워크 코딩 크기가 성능에 어떻게 영향을 미치는지 고찰하고자 한다. 여기서 제안하는 우리의 방법은 기존의 방법[5]을 포괄하고 있으며 더 일반적인 형태로써 유도된다. 다시 말하면, 본 논문에서는 노드들 사이의 무선채널들을 채널이득, 송신전력, 그리고 전송률의 함수로써 설정하여 일반적인 분석을 이끈다. 뿐만 아니라, 모든 outage 이벤트들을 고려하여 기지국에서 에러가 발생할 확률을 유도한다. 그래서 우리가 유도한 outage probability은 일반적인 표현이며 포괄적인 형태의 결과를 말하고 있다. 본 논문에서 기술된 내용은 논문[7]에서 깊이 있는 논의가 이뤄지고 있다<sup>1</sup>.

#### II. 본론

##### A. 협력방법

그림 1은 무선 네트워크의 협력 방법을 보여 준다. 여기서, N1은 노드 1이고 N2는 노드 2, 그리고 BS는 기지국을 말한다. 또한, 노드의 메시지 전달 방법은 두

개의 전송 phase(broadcasting 과 relay phase)로 구성된다. Broadcasting phase에서는 두 소스 노드들은 각각 자신의 메시지( $s_1$ 과  $s_2$ )들을 무선 채널을 이용하여 이웃하는 노드와 기지국에 전송한다. 그리고 relay phase에서 각 노드는 복호된 메시지와 자신의 메시지를 선형 결합하여 다시 기지국에 보낸다. 만약, 각 노드가 전달 받은 메시지를 복호하지 못하면, 그 노드는 broadcasting phase에서 보낸 메시지를 다시 전송한다. 기지국에서는 maximum ratio combining (MRC) 방법을 이용하여 동일한 메시지에 대해서 복호를 수행하는 것으로 가정한다.

기지국에서 받은 메시지는 다음과 같이 네 개의 메시지들이다,  $\{s_1, s_2, z_1, z_2\}$ . 처음 두 개  $\{s_1, s_2\}$ 는 소스 노드들로부터 받은 것이고, 나머지 두 개  $\{z_1, z_2\}$ 는 relay phase에서 각각의 노드들로부터 받은 것이다. 이진과 비이진 네트워크 코딩을 사용하는 방법에 따라 메시지  $z_1$ 과  $z_2$ 들의 선형 결합이 달라진다. 그 방법은 다음과 같다. BNC 방법에서는  $z_1 = s_1 + s_2$ ,  $z_2 = s_1 + s_2$ 이고, NBNC에서는  $z_1 = s_1 + s_2$ ,  $z_2 = s_1 + 2s_2$ 이다. 여기서 NBNC 방법은 4-ary 유한체 (Finite Fields)를 이용한 것으로 가정한다.

##### B. NBNC를 이용한 outage probability

본 논문에서는 두 개의 노드가 소스 노드이면서 릴레이 역할을 수행한다. Broadcasting phase에서 각각의 소스 메시지의 복호 여부에 따라 총 네 가지의 경우로 나뉠 수 있다. 각각의 경우에 따른 outage probability를 구하여 최종적으로 합하면 우리가 원하는 총 outage probability를 얻을 수 있다. 그러면 각 경우 별로 노드 1의 outage probability를 살펴본다.

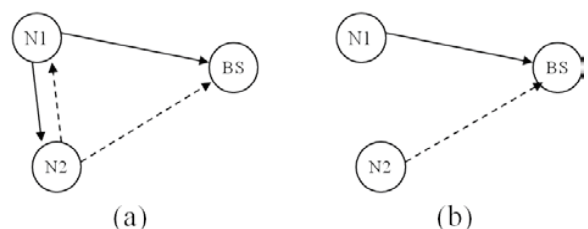


그림 1. 협력네트워크: (a) broadcasting phase, (b) relay phase.

<sup>1</sup> 이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(중견연구자-핵심연구사업, NO. 2012-047744, MT-IT, NO. K20901002277-12E0100-06010)

**경우 1:** 두 노드가 각각 서로의 메시지를 잘 복호한 경우이다. 이 경우에 노드 1의 메시지가 기지국에서 복호할 수 없는 경우는 다음과 같을 때 발생한다.

$$\{(C_{1,0,1} < R_1) \cap (C_{2,0,1} < R_2) \cap [(C_{1,0,2} < R_1) \cup (C_{2,0,2} < R_2)]\} \quad (1)$$

$$\{(C_{1,0,1} < R_1) \cap (C_{2,0,1} > R_2) \cap (C_{1,0,2} < R_1) \cap (C_{2,0,2} < R_2)\} \quad (2)$$

여기서,  $C_{i,j,k}$ 는  $k$  번째 phase에서  $i$ 와  $j$  노드 사이의 채널용량이고,  $R_i$ 는  $i$  번째 노드의 전송률이다.

**경우 2:** 두 노드들 중 노드 1은  $s_2$ 를 잘 복호하지만, 노드 2는  $s_1$ 을 복호하지 못한 경우이다. 경우 1과 마찬가지로, 노드 1의 메시지가 기지국에서 복호할 수 없는 경우는 다음과 같은 이벤트가 발생할 때이다.

$$\{ \{ \{ C_{1,0,1} < R_1 \} \cap \{ C_{1,0,2} < R_2 \} \} \cup \{ \{ C_{1,0,1} < R_1 \} \cap \{ C_{1,0,2} > R_1 \} \cap \{ MRC_2 \} \} \} \quad (3)$$

여기서,  $MRC_2$ 는  $s_2$  메시지의 MRC 복호가 실패한 경우를 말한다.

**경우 3:** 경우 2와는 반대로, 두 노드 중에 노드 2은  $s_1$ 를 잘 복호하지만, 노드 1은  $s_2$ 을 복호하지 못한 경우이다. 그래서 노드 1의 메시지가 기지국에서 복호할 수 없는 경우는 다음과 같을 때 발생한다.

$$\{ MRC_1 \} \cap \{ \{ C_{2,0,1} < R_2 \} \cup \{ \{ C_{2,0,1} > R_2 \} \cap \{ C_{2,0,2} > R_2 \} \} \} \quad (4)$$

여기서,  $MRC_1$ 는  $s_1$  메시지의 MRC 복호가 실패한 경우를 말한다.

**경우 4:** 두 노드 중에 어느 노드도 서로의 메시지를 복호하지 못한 경우이다. 이 경우에는  $s_1$  메시지의 MRC 복호가 실패한 경우만 해당된다.

$$\{ MRC_1 \} \quad (5)$$

총 네 가지의 경우에 대한 각각의 outage probability (식 1-5)를 합하면 우리가 얻고자 하는 노드 1의 outage probability를 얻을 수 있다. 높은 SNR 영역에서 노드 1의 outage probability를 간략화하면 다음과 같이 표현된다.

$$P_{NBNC-4} \approx \frac{A_1}{P_1^2 P_2} + \frac{A_2}{P_1 P_2^2} + \frac{A_3}{P_1^3}, \quad (6)$$

$$\text{여기서 } A_1 := \frac{2r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2} + \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{2\sigma_{1,2}^2 \sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2} + \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{2\sigma_{1,2}^2 \sigma_{2,1}^2 \sigma_{1,0}^2},$$

$$A_2 := \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2} + \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{2,1}^2 \sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2}, \text{ 그리고 } A_3 := \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{1,2}^2 \sigma_{1,0}^2}.$$

### C. BNC를 이용한 outage probability

앞서 고려한 NBNC 방법과 동일하게 BNC에 대하여 outage probability를 유도할 수 있다. 이 경우에 있어서, 경우 1을 제외한 모든 outage 경우가 NBNC와 동일하다. 그래서 여기서는 BNC에서 경우 1에 대한 outage 경우는 다음과 같다.

$$\{ C_{1,0,1} < R_1 \} \cap \{ \{ C_{2,0,1} < R_2 \} \cup \{ \{ MRC_1 \} \cap \{ C_{2,0,1} > R_2 \} \} \} \quad (7)$$

높은 SNR 영역에서, BNC에 대한 노드 1의 outage probability를 간략화하면 다음과 같이 표현된다.

$$P_{BNC} \approx \frac{B_1}{P_1 P_2} + \frac{B_2}{P_1^2 P_2} + \frac{B_3}{P_1 P_2^2} + \frac{B_4}{P_1^3}, \quad (8)$$

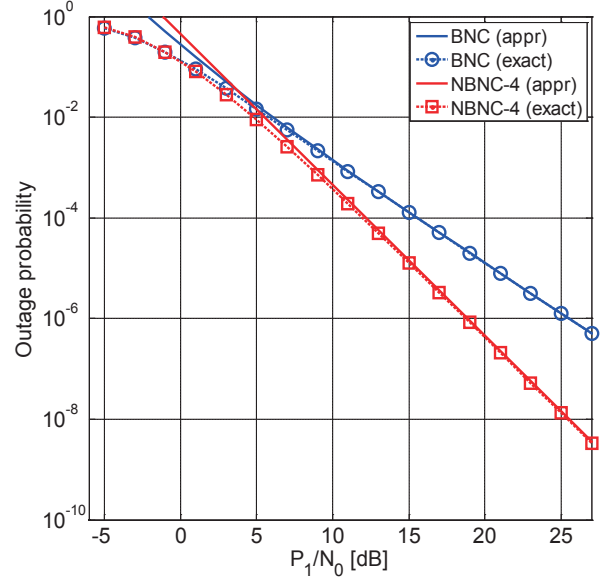


그림 2. Exact outage probability with BNC and NBNC-4 for N1:

$$P_1 = P_2, \quad \sigma_{1,0}^2 = 1, \sigma_{1,2}^2 = 8, \sigma_{2,0}^2 = 8$$

$$\text{여기서 } B_1 := \frac{r_1^2 r_2 N_0^2}{\sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2}, \quad B_2 := \frac{r_1^2 r_2}{2\sigma_{1,2}^2 \sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2} + \frac{r_1^2 r_2}{2\sigma_{1,2}^2 \sigma_{2,1}^2 \sigma_{1,0}^2},$$

$$B_3 := \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{2,1}^2 \sigma_{1,0}^2 \sigma_{2,0}^2}, \text{ 그리고 } B_4 := \frac{r_1^2 r_2 N_0^3}{\sigma_{1,2}^2 \sigma_{1,0}^2}.$$

### III. 결론

본 논문에서는 이진과 비이진 네트워크 코딩을 이용하여 outage probability를 도출하였다. 결과적으로 더 큰 네트워크 코딩 이득을 확인하였으며, 높은 SNR 영역에서는 디버시티 이득이 3의 결과를 보여 주었다. 또한 outage probability의 간략화 과정으로 원래의 값과 거의 근사한 결과를 얻었다. 향후 본 논문에서 얻은 결과를 바탕으로 송신전력 최적화할 수 있는 툴로써 이용을 확대할 것이다.

### 참고 문헌

- [1] J. L. Laneman, David N. C. Tse and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, 2004.
- [2] T. E. Hunter, S. Sanayei and A. Nosratinia, "Outage Analysis of Coded Cooperation," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 375–391, 2006.
- [3] Y. Chen, S. Kishore and J. Li, "Wireless diversity through network coding," in Proc. *IEEE Wire. Comm. Net. Conf. (WCNC)*, Las Vegas, USA, pp. 1681–1686, Apr. 2006.
- [4] D. H. Woldegebreal and H. Karl, "Network-coding based adaptive decode and forward cooperative transmission in a wireless network: outage analysis," in Proc. *13th European Wireless Conference*, Paris, France, pp. 1–6, Apr. 2007.
- [5] M. Xiao and M. Skoglund, "Multiple-User Cooperative Communications Based on Linear Network Coding," *IEEE Trans. Commu.*, vol. 58, no. 12, pp. 3345–3351, 2010.
- [6] J. L. Rebelatto, B. F. U-Filho, Y. Li and B. Vucetic, "Multiuser Cooperative Diversity through Network Coding Based on Classical Coding Theory," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 60, no. 2, pp. 916–926, 2012.
- [7] Jin-Taek Seong and Heung-No Lee, "4-ary Network Coding for Two Nodes in Cooperative Wireless Networks: Exact Outage Probability and Coverage Expansion," To appear in *EURASIP Wirel. Comm. Networking*, 2012.