

연접된 LDPC 코드와 Golden 시공간 코드를 이용한 블록 페이딩 MIMO 채널에서 코딩 시스템 설계

성진택, *이흥노

광주과학기술원

{jtseong, heungno}@gist.ac.kr

System Design for Concatenation of LDPC codes with Golden Space-Time Block Codes over Block Fading MIMO Channels

Seong Jin-Taek, *Lee Heung-No

Gwangju Institute of Science and Technology (GIST)

요약

For the 2×2 MIMO system, the Golden codes have been recently developed as the optimal space-time codes with a full rate and a full diversity. In this paper, we provide the detail system design for the concatenated coding scheme, which consists of the LDPC codes as the *outer* code and the Golden space-time block codes as the *inner* code. The binary block codeword transforms itself onto the sequence of the internal space-time (IST) symbols. The soft-input soft-output (SISO) message passing decoder of the LDPC codes can be combined with a SISO constellation de-mapper. We evaluate the error performance for different block lengths of the proposed system.

1. 서론

터보 디코더를 이용한 LDPC (Low-Density Parity-Check) 코드는 MIMO (Multi-Input Multi-Output) 채널에서 Shannon 한계에 근접하는 성능을 보였다 [1]. Elia *et. al*은 최근에 2×2 MIMO 채널에서 Golden 코드가 최적의 diversity-multiplexing tradeoff 관계를 얻을 수 있음을 밝혔다 [2].

본 논문에서는 연접된 LDPC 코드와 Golden 시공간 코드를 이용한 시스템 설계를 제안한다. 여기서 LDPC 코드는 *outer* 코드로써 쓰이고 Golden 시공간 코드는 *inner* 코드로써 연접된 코딩 시스템 설계에서 이용된다. 신호 복호를 위해 사용된 수신단은 LDPC 디코더와 Golden 시공간 디코더로 구성된다. 이들 디코더 간에는 터보 디코더 방법과 유사하게 *iterative* 방법을 이용하여 신호를 복구한다. 시스템 시뮬레이션을 통하여 각 블록 길이에 따라 제안된 코딩 시스템의 성능을 평가하고자 한다.

2. 본론

A. Encoding

제안하는 MIMO 시스템은 그림 1에서 보여주는 바와 같이 N_t 개의 송신 안테나와 N_r 개의 수신 안테나로 구성된다. 여기서 K 개의 정보 비

트 시퀀스 \mathbf{u} 는 길이 N 을 갖는 바이너리 코드워드 \mathbf{c} 로 인코딩 된다. 그리고 코드워드 \mathbf{c} 는 space-time transmission (STT) matrix \mathbf{X} 로 대응된다. 그림 1에서와 같이 STT matrix \mathbf{X} 는 internal space-time (IST) 시퀀스로 이루어진다. 여기서 바이너리 코드워드 \mathbf{c} 는 D 개의 IST 심볼들로 구성된다. 각각의 IST 심볼은 $N_b (=Q \log_2 M)$ 비트로 표현된다. Q 는 하나의 IST 심볼을 구성하기 위해 필요한 채널 심볼의 수이며 M 은 채널 심볼의 constellation 크기를 나타낸다. STT matrix \mathbf{X} 의 크기는 $[N_t \times T]$ 이며, $\mathbf{X} = [S_1 S_2 \dots S_D]$, $T = DT_i$, T_i 는 하나의 IST에서 사용하는 채널 수를 말한다. 이 경우에 바이너리 코드워드 \mathbf{c} 는 시공간 코드로 일대일 대응으로 구성된다. 본 논문에서는 Golden 코드를 시공간 코드로써 사용된다. Golden 코드는 4개의 채널 심볼을 2×2 space-time matrix로 바뀌어 나타난다. 다음은 Golden 코드의 변환 구조를 보여 준다 [3].

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \\ S_d \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} \alpha(S_a + S_2\theta) & \alpha(S_c + S_d\theta) \\ i\alpha(S_c + S_d\bar{\theta}) & \alpha(S_a + S_b\bar{\theta}) \end{bmatrix}$$

여기서 $\theta = (1 + \sqrt{5})/2$, $\bar{\theta} = (1 - \sqrt{5})/2$, $\alpha = i(1 - \theta)$, $\bar{\alpha} = 1 + i(1 - \theta)$. 채널 심볼을 4-QAM 변조로 사용하여 IST 심볼

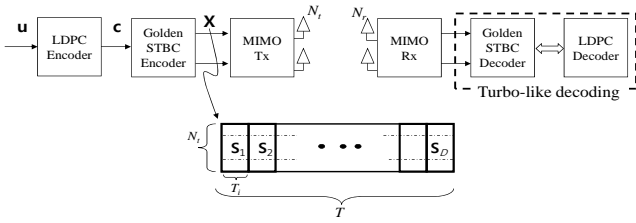


그림 1. LDPC 코드와 Golden 시공간 코드의 연결된 MIMO 시스템 구성도.

을 구성하면 총 256개의 다른 IST 심볼들이 형성된다. 이 경우 하나의 IST 심볼을 형성하기 위해 8 비트가 필요하고 2개의 채널을 사용하여 시공간 코드를 구성할 수 있다.

채널 매트릭스는 하나의 IST 심볼을 전송하는 동안 일정하며 수신기에서 받은 d 번째 IST 심볼 신호 \mathbf{R}_d 는 다음과 같이 표현 된다.

$$\mathbf{R}_d = \sqrt{\rho_s} \mathbf{H}_d \mathbf{S}_d + \mathbf{Z}_d, \quad d = 1, 2, \dots, D \quad (1)$$

여기서 ρ_s 는 IST 심볼의 평균 에너지이며 \mathbf{Z}_d 는 평균이 0이고 분산이 N_0 인 복소 백색 가우시안 노이즈이다. \mathbf{H}_d 는 크기가 $[N_r \times T]$ 이고 i.i.d 복소 백색 가우시안 MIMO 채널 매트릭스이다.

B. Decoding

연결된 코딩 시스템은 터보 디코딩 프로세스를 이용하여 채널로부터 받은 신호를 복호한다. 복호 방법은 두 번의 iteration 방법을 이용한다. 좀 더 자세히 말하면, 비트 단위에서 LDPC 디코더를 사용하는 internal-iteration과 심볼 수준에서 사용하는 super-iteration으로 나누어 수행된다. 기본적으로 super-iteration 복호는 MAP (maximum a posteriori) log-likelihood ratio 발생시킨다. 그림 1에서 보여준 바와 같이 각각의 시공간 IST 심볼은 T_i 채널을 사용하여 N_b 비트를 전송할 수 있다. 임의의 α_k 비트에 대하여 maximum likelihood ratio는 다음과 같이 표현된다, 여기서 $k \in \{1, 2, \dots, N_b\}$.

$$\begin{aligned} L_{pos}(c_k) &= \log \frac{\Pr\{c_k = 1 | \mathbf{R}_d\}}{\Pr\{c_k = 0 | \mathbf{R}_d\}} = \log \frac{\sum_{S_d: c_k=1} \Pr\{\mathbf{R}_d | S_d\} \Pr\{S_d\}}{\sum_{S_d: c_k=0} \Pr\{\mathbf{R}_d | S_d\} \Pr\{S_d\}} \\ &= L_{pr}(c_k) + \\ &\quad \log \frac{\sum_{S_d: c_k=1} \exp\left\{-\|\mathbf{R}_d - \sqrt{\rho_s} \mathbf{H}_d \mathbf{S}_d\|^2 + \sum_{i \neq k, i=1}^{N_s} L_{pr}(c_i)\right\}}{\sum_{S_d: c_k=0} \exp\left\{-\|\mathbf{R}_d - \sqrt{\rho_s} \mathbf{H}_d \mathbf{S}_d\|^2 + \sum_{i \neq k, i=1}^{N_s} L_{pr}(c_i)\right\}} \\ &= L_{pr}(c_k) + L_{ext}(c_k) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $L_{ext}(c_k)$ 와 $L_{pr}(c_k)$ 은 extrinsic message로써 de-mapper와 LDPC 디코더 사이에서 교환되는 정보들이다. internal-iteration은 LDPC 디코더에서 사용하는 메시지 패싱 (message-passing) 알고리즘에 따라 수행된다. 정의된 internal-iteration 끝나면 a posteriori LLR이 생성된다. 그리고 extrinsic message로부터 prior LLR을 뺀 값이 de-mapper로 전달된다. Super-iteration과 internal-iteration이 끝나면 de-mapper는 각각의 IST 심볼을 복호한다.

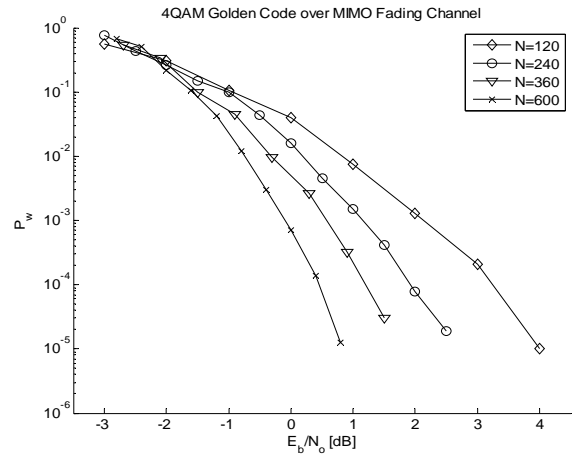


그림 2. 블록 길이에 따른 연결된 코딩 시스템의 시뮬레이션 결과.

C. System Simulation

본 논문에서는 Gallager 코드 ($d_c=3, d_s=6$)에 대하여 LDPC 코드를 발생하였다, 여기서 d_c 는 패리티 체크 매트릭스의 각 열의 nonzero 수이며, d_s 는 패리티 체크 매트릭스의 각 행의 nonzero 수이다. 그러므로 바이너리 코드워드의 code rate는 1/2이다. 시스템 시뮬레이션은 총 5번의 super-iteration과 40번의 internal-iteration으로 수행되었다. 바이너리 코드워드 길이가 120, 240, 360, 600을 고려하여 시스템 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 2는 각 블록 길이에 따라 코드워드 에러를 보여준다.

4. 결론

본 논문에서는 Golden 코드와 LDPC 코드가 연결된 MIMO 시스템을 제안하였다. 2×2 MIMO 시스템에서 시공간 코드로써의 Golden 코드는 full rate와 full diversity 특성을 가지며 최적의 코드로써 알려져 왔다. 제안된 연결 코딩 시스템의 성능평가는 블록 페이딩 MIMO 채널에 대해서 살펴 보았다. 인코딩은 inner와 outer 코드로서 Golden 코드와 LDPC 코드를 이용했으며 MIMO 시스템의 시공간 코드를 설계하였다. 수신 신호 복구를 위해 터보 디코딩 방법을 이용한 수신기를 제안하였다. 그리고 각각의 블록 코드 길이에 따라 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 그 성능을 평가하였다.

참고 문헌

- [1] S. tenBrink, G. Kramer and A. Ashikhmin, "Design of low-density parity-check codes for modulation and detection," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 4, pp. 670-678, Apr. 2004.
- [2] P. Elia, K. R. Kumar, S. A. Pawar, P. V. Kumar and H. F. Lu, "Explicit, Minimum-Delay Space-Time codes Achieving the Diversity Multiplexing Gain Tradeoff," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 52, no. 9, pp. 3869-3884, Sep. 2006.
- [3] J. C. Belfiore, G. Rekaya, E. Viterbo, "The Golden Code: A 2×2 Full-Rate Space-Time Code with Non-Vanishing Determinants," *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 55, no. 2, pp. 1432-1436, Apr. 2005.